ĐỀ SỐ 1

ThS. ĐẶNG THỊ QUỲNH HOA

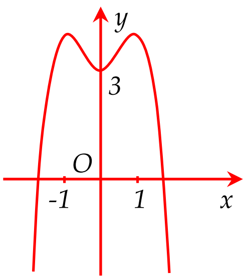
(Đề được đăng trên Báo THTT tháng 2/2017)

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017

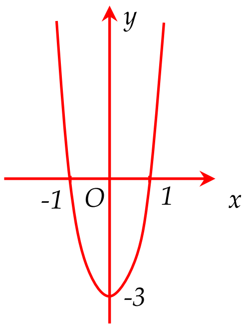
Môn: Toán

***Thời gian làm bài:* 90 phút**

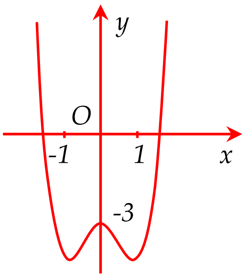
Câu 1. Trong các đồ thị dưới đây, đồ thị nào là đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$?



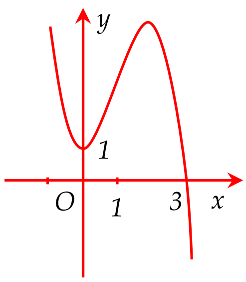
A.



B.



C.



D.

Câu 2. Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ là đúng?

A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. Hàm số luôn nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

C. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. Hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[0;1]$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 7.

Câu 4. Cho hàm số $y = x^3 - 4x$. Số giao điểm của đồ thị hàm số và trục Ox bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 5. Hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ đồng biến trên

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$.

C. $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 6. Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+1}{x^2-4}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 7. Cho $(C): y = x^3 + 3x^2 - 3$. Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $9x - y + 24 = 0$ có phương trình là

A. $y = 9x + 8$. **B.** $y = 9x - 8$; $y = 9x + 24$.

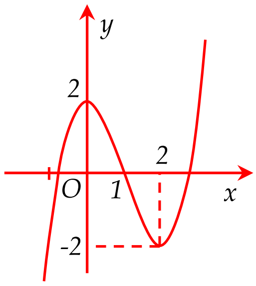
C. $y = 9x - 8$. **D.** $y = 9x + 24$.

Câu 8. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.

A. $m = \sqrt[3]{3}$. **B.** $m = \sqrt{3}$.

C. $m = 3\sqrt{3}$. **D.** $m = 1$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



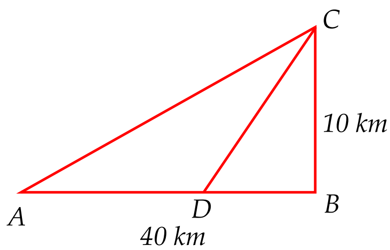
A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.

D. Hàm số có ba cực trị.

Câu 10. Một người cần đi từ khách sạn A bên bờ biển đến hòn đảo C. Biết rằng khoảng cách từ đảo C đến bờ biển là $10\,km$, khoảng cách từ khách sạn A đến điểm B trên bờ gần đảo C là $40\,km$. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ dưới đây). Biết kinh phí đi đường thủy là $5\,USD/km$, đi đường bộ là $3\,USD/km$. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? ($AB = 40\,km$, $BC = 10\,km$.).



A. $\dfrac{15}{2}\,km$. **B.** $\dfrac{65}{2}\,km$. **C.** $10\,km$. **D.** $40\,km$.

Câu 11. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ và đường thẳng $y=-2x$ là

A. $(-2;-4)$. **B.** $\left(-\dfrac{1}{2};1\right)$.

C. $\left(-2;-\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $(-2;4),\left(\dfrac{1}{2};-1\right)$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $2^{x-1}=\dfrac{1}{8}$ là

A. $x=4$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3 x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x}$.

C. $y'=\dfrac{\ln 3}{x}$. **D.** $y'=x\ln 3$.

Câu 14. Nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x-2}<\dfrac{1}{27}$ là

A. $x<5$. **B.** $x>5$. **C.** $x>-1$. **D.** $x<-1$.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\log_2\left(-x^2+2x\right)}$ là

A. $D=(0;2)$. **B.** $D=[0;2]$.

C. $D=[0;2]\setminus\{1\}$. **D.** $D=(0;2)\setminus\{1\}$.

Câu 16. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$. **B.** $y=\log_2(x-1)$.

C. $y=\log_2\left(x^2+1\right)$. **D.** $y=\log_2\left(2^x+1\right)$.

Câu 17. Cho các số thực dương a,b,c với $c\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\log_c\dfrac{a}{b}=\log_c a-\log_c b$.

B. $\log_{c^2}\dfrac{b}{a^2}=\dfrac{1}{2}\log_c b-\log_c a$.

C. $\log_c\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a-\ln b}{\ln c}$.

D. $\dfrac{1}{2}\log_c^2\left(\dfrac{b}{a}\right)^2=\log_c b-\log_c a$.

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{\log_4 x}{x+2}$ là

A. $y'=\dfrac{1}{2x(x+2)^2\ln 2}(x+2-x\ln x)$.

B. $y'=\dfrac{1}{2x(x+2)^2\ln 2}(x+2-\ln x)$.

C. $y'=\dfrac{1}{x(x+2)^2\ln 2}(x+2-x\ln x)$.

D. $y'=\dfrac{1}{2(x+2)^2\ln 2}(x+2-x\ln x)$.

Câu 19. Đặt $\log_{12}27=a$. Hãy biểu diễn $\log_6 16$ theo a.

A. $\log_6 16=\dfrac{4a-12}{a+3}$. **B.** $\log_6 16=\dfrac{12-4a}{a+3}$.

C. $\log_6 16=\dfrac{12+4a}{a+3}$. **D.** $\log_6 16=\dfrac{12+4a}{a-3}$.

Câu 20. Cho các số thực dương a,b với $a\neq 1$ và $\log_a b>0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\left[\begin{array}{l}0<a,b<1\\0<a<1<b\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}0<a,b<1\\1<a,b\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}0<b<1<a\\1<a,b\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}0<a,b<1\\0<a<1<b\end{array}\right.$.

Câu 21. Người ta thả một lá bèo vào một hồ nước. Giả sử sau t giờ, bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ. Biết rằng sau mỗi giờ, lượng lá bèo tăng gấp 10 lần lượng lá bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì số lá bèo phủ kín $\dfrac{1}{3}$ cái hồ?

A. $\dfrac{t}{3}$. **B.** $\dfrac{10^t}{3}$. **C.** $t-\log 3$. **D.** $\dfrac{t}{\log 3}$.

Câu 22. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ được tính theo công thức nào sau đây?

A. $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^b\left(f(x)\right)^2\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_a^b\left|f(x)\right|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int_a^b\left(f(x)\right)^2\mathrm{d}x$.

Câu 23. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$ là

A. $F(x)=\ln(x+1)+C$. **B.** $F(x)=\log_2^3(x+1)+C$. **C.** $F(x)=\dfrac{-1}{(x+1)^2}+C$.

D. $F(x)=\ln|x+1|+C$.

Câu 24. Một ca nô đang chạy trên hồ Tây với vận tốc $20\ m/s$ thì hết xăng. Từ thời điểm đó, ca nô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+20\ m/s$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc hết xăng. Hỏi từ lúc hết xăng đến lúc dừng hẳn, ca nô đi được bao nhiêu mét?

A. $10\ m$. **B.** $20\ m$. **C.** $30\ m$. **D.** $40\ m$.

Câu 25. Giá trị của tích phân $I=\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}\,\mathrm{d}x$ là

A. $\frac{1}{3}\left(2\sqrt{2}-1\right)$. **B.** $\frac{1}{3}\left(2\sqrt{2}+1\right)$.
C. $-\frac{1}{3}\left(2\sqrt{2}-1\right)$. **D.** $\frac{1}{3}\left(2-2\sqrt{2}\right)$.

Câu 26. Giá trị của tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x\,dx$ là

A. -1. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** 1. **D.** $-\frac{\pi}{2}+1$.

Câu 27. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{x}{4}$, $y=0$, $x=1$, $x=4$ quanh trục Ox là

A. 6π. **B.** $\frac{21\pi}{16}$. **C.** 12π. **D.** 8π.

Câu 28. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2\sin 5x+\sqrt{x}+\frac{3}{5}$ sao cho đồ thị của hai hàm số $F(x)$, $f(x)$ cắt nhau tại một điểm thuộc Oy là

A. $-\frac{2}{5}\cos 5x+\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{3}{5}x-1$.

B. $-\frac{2}{5}\cos 5x+\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{3}{5}x$.

C. $-\frac{2}{5}\cos 5x+\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{3}{5}x+1$.

D. $-\frac{2}{5}\cos 5x+\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{3}{5}x+2$.

Câu 29. Cho số phức $\bar{z}=3+2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.

A. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 2.
B. Phần thực bằng -3, phần ảo bằng 2.
C. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2.
D. Phần thực bằng -3, phần ảo bằng -2.

Câu 30. Cho số phức $z=4-5i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là

A. $(4;5)$. **B.** $(4;-5)$. **C.** $(5;4)$. **D.** $(-4;5)$.

Câu 31. Giả sử z_1 và z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2+4z+13=0$. Giá trị của biểu thức $A=|z_1|^2+|z_2|^2$ là

A. 18. **B.** 20. **C.** 26. **D.** 22.

Câu 32. Cho số phức $z=1+i$. Tính môđun của số phức $w=\frac{\bar{z}+2i}{z-1}$.

A. $|w|=2$. **B.** $|w|=\sqrt{2}$. **C.** $|w|=1$. **D.** $|w|=\sqrt{3}$.

Câu 33. Các nghiệm của phương trình $z^4-1=0$ trên tập số phức là

A. -2 và 2. **B.** -1 và 1.
C. i và $-i$. **D.** -1; 1; i và $-i$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=|z-2+3i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là

A. Đường tròn tâm $I(1;2)$, bán kính $R=1$.
B. Đường thẳng có phương trình $x-5y-6=0$.
C. Đường thẳng có phương trình $2x-6y+12=0$.
D. Đường thẳng có phương trình $x-3y-6=0$.

Câu 35. Hình hộp chữ nhật có độ dài ba cạnh xuất phát từ một đỉnh lần lượt là 2, 3, 4. Thể tích hình hộp đó là:

A. 24. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 4.

Câu 36. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\frac{3a^3}{8}$. **B.** $V=\frac{a^3}{4}$.
C. $V=\frac{3a^3}{2}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 37. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60^0, cạnh $AB=a$. Thể tích V khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $V=\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $V=\sqrt{3}a^3$.
C. $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $V=\frac{3a^3}{4}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a}{3}$.

Câu 39. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AC=a$, $ABC=30^0$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục AB.

A. $l=2a$. **B.** $l=a\sqrt{3}$. **C.** $l=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $l=a\sqrt{2}$.

Câu 40. Một thùng hình trụ có thể tích bằng 12π, chiều cao bằng 3. Diện tích xung quanh của thùng đó là:

A. 12π. **B.** 6π. **C.** 4π. **D.** 24π.

Câu 41. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, cạnh $AB=3, BC=4$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=12$. Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ là:

A. $V=\frac{169\pi}{6}$. **B.** $V=\frac{2197\pi}{6}$.
C. $V=\frac{2197\pi}{8}$. **D.** $V=\frac{13\pi}{8}$.

Câu 42. Người ta cần đổ một ống bi thoát nước hình trụ với chiều cao 200 cm, độ dày của thành bi là 10 cm và đường kính của bi là 60 cm. Lượng bê tông cần phải đổ của bi đó là:

A. $0,1\pi\text{ m}^3$. **B.** $0,18\pi\text{ m}^3$.

C. $0,14\pi\text{ m}^3$. **D.** $\pi\text{ m}^3$.

Câu 43. Mặt cầu .(S). có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính $R=2$ có phương trình:

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4.$

B. $(x+3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=4.$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2.$

D. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4.$

Câu 44. Trong không gian cho đường thẳng d có phương trình $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. Một vectơ chỉ phương của d là:

A. $\vec{u}=(2;0;1)$. **B.** $\vec{u}=(-2;0;-1)$.

C. $\vec{u}=(-1;2;3)$. **D.** $\vec{u}=(1;2;3)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+3z-5=0$ và mặt phẳng $(Q):-2x+4y-6z-5=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(P)//(Q)$. **B.** $(P)\equiv(Q)$.

C. (P) cắt (Q). **D.** $(P)\perp(Q)$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x+6y-4z-2=0$. Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;3;-2)$, $R=2\sqrt{3}$. **B.** $I(-1;-3;2)$, $R=2\sqrt{3}$.

C. $I(-1;-3;2)$, $R=4$. **D.** $I(1;3;-2)$, $R=4$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$ và điểm $A(2;0;-1)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $2x+y-z+5=0$. **B.** $2x+y+z+5=0$.

C. $2x+y-z-5=0$. **D.** $2x+y+z-5=0$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+4=0$. Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho d cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x+3}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$ và mặt phẳng $(P):x-2y-2z+3=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. (P) cắt (S).

B. (P) tiếp xúc với (S).

C. (P) không cắt (S).

D. Tâm của mặt cầu (S) nằm trên mặt phẳng (P).

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(0;4;0)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x-y-2z+2015=0$. Gọi α là góc nhỏ nhất mà mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B tạo với mặt phẳng (P). Giá trị của $\cos\alpha$ là

A. $\dfrac{1}{9}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

ĐÁP ÁN

1C	**2B**	**3A**	**4C**	**5C**	**6D**	**7C**	**8D**	**9A**	**10B**
11D	**12B**	**13A**	**14B**	**15D**	**16D**	**17D**	**18A**	**19B**	**20B**
21C	**22C**	**23D**	**24D**	**25A**	**26C**	**27B**	**28C**	**29C**	**30A**
31C	**32B**	**33D**	**34D**	**35A**	**36B**	**37A**	**38B**	**39A**	**40A**
41B	**42A**	**43A**	**44C**	**45A**	**46C**	**47C**	**48D**	**49B**	**50D**

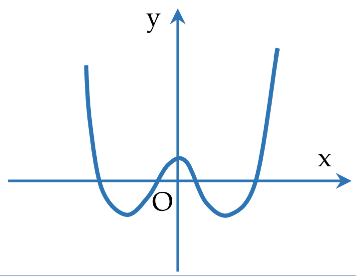
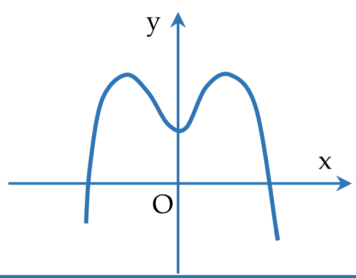
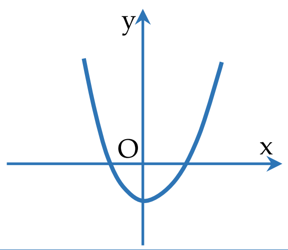
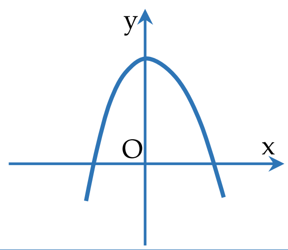
Câu 1: Đáp án C

Dạng bài toán nhận dạng đồ thị đã được tôi đề cập khá kĩ trong cuốn bộ đề tinh túy môn toán năm 2017, tuy nhiên ở đây tôi xin nhắc lại bảng các dạng đồ thị và cách suy luận phía dưới.

Nhận thấy hàm số đề bài cho là hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số $a=1>0$, và $b.a=-2<0$, đo đó đồ thị hàm số có dạng **W,** từ đây ta chọn luôn C.

Dưới đây là bảng dạng đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương để ta suy luận nhanh.

Dạng của đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c\left(a\neq 0\right)$

	$a>0$	$a<0$
Phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt		
Phương trình $y'=0$ có một nghiệm		

Câu 2: Đáp án B

Ta có $ad-bc=2.\left(-1\right)-1.1=-3<0$, đo đó hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định. Từ đó ta chọn B.

Câu 3: Đáp án A.

Ta có $\left(x^3-3x^2+5\right)'=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$. Do vậy ở đây ta chỉ cần so sánh hai giá trị của hàm số tại đầu mút của đoạn.

Nhận thấy $f\left(0\right)=5>f\left(1\right)=3$ do vậy chọn A.

Câu 4: Đáp án C

Xét phương trình $x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 2\end{array}\right.$.

Câu 5: Đáp án C.

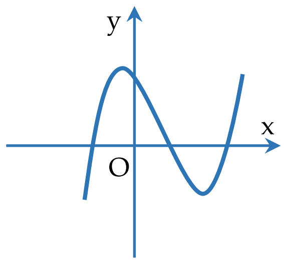
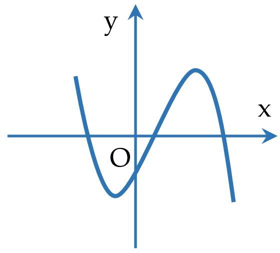
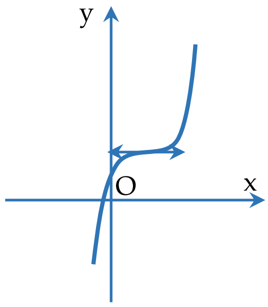
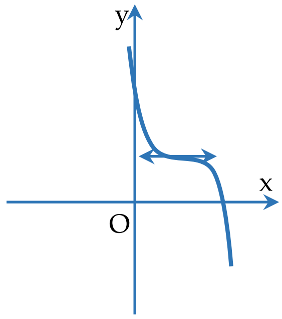
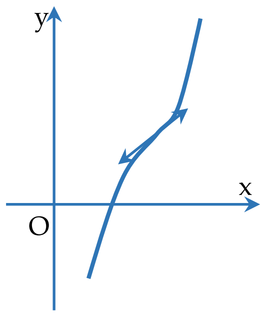
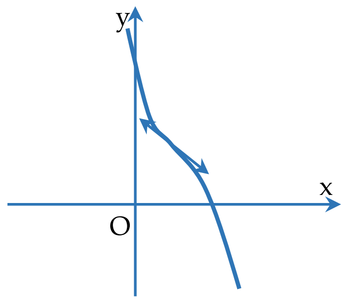
Cách 1: Xét phương trình $y'=0\Leftrightarrow x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$

Mặt khác đây là hàm số bậc ba có hệ số $a=\frac{1}{3}>0$ và có hai nghiệm phân biệt, do vậy đồ thị hàm số có dạng **N,** nên hàm số sẽ đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

Dưới đây là bảng dạng đồ thị hàm số bậc ba, từ đó ta có thể suy luận nhanh như trên.

1. Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$.

Dạng của đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$

	$a>0$	$a<0$
Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt		
Phương trình $y'=0$ có nghiệm kép		
Phương trình $y'=0$ vô nghiệm		

Câu 6: Đáp án D.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm phân thức

STUDY TIP: ta **chú ý** lí thuyết về tiệm cận đứng tiệm cận ngang đồ thị hàm phân thức mà tôi sẽ đề cập trong cuốn chắt lọc tinh túy toán 2017 ở bên.

Một trong những trường hợp phổ biến thường thấy trong các bài toán tìm tiệm cận đó là đường tiệm cận đứng của hàm phân thức (hàm có dạng $f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$, trong đó $p(x)$ và $q(x)$ là các hàm đa thức.

> Nếu c là một số thực mà thỏa mãn $q(c)=0$ và $p(c)\neq 0$, khi đó đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng $x=c$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm phân thức

> Đặt $f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$ là một hàm phân thức, trong đó $p(x)$ và $q(x)$ là các hàm đa thức.
>
> 1. Nếu bậc của đa thức tử số $p(x)$ nhỏ hơn bậc của đa thức mẫu số $q(x)$, thì $y=0$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.
>
> 2. Nếu bậc của đa thức tử số $p(x)$ bằng bậc của đa thức mẫu số $q(x)$, thì $y=\frac{a}{b}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$, trong đó *a, b* lần lượt là hệ số của hạng tử có bậc cao nhất của đa thức tử số $p(x)$ và đa thức mẫu số $q(x)$.
>
> 3. Nếu bậc của đa thức tử số $p(x)$ lớn hơn bậc của đa thức mẫu số $q(x)$ thì đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang.

<u>Lời giải</u>

Từ lý thuyết trên ta có

* $x=2; x=-2$ là nghiệm của phương trình $x^2-4=0$ và $x=-2; x=2$ không làm cho đa thức tử số bằng 0, do vậy $x=-2; x=2$ là hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

* Hàm số đã cho có bậc của đa thức tử số nhỏ hơn bậc của đa thức mẫu số nên đồ thị hàm số đã cho nhận $y=0$ là tiệm cận ngang.

Từ đây ta chọn D.

Câu 7: Đáp án C.

Tiếp tuyến của (C) tại điểm $(x_0;y_o)$ có dạng tổng quát $y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0$, do vậy tiếp tuyến song song với đường thẳng $9x-y+24=0$ thỏa mãn

$$3x_0{}^2+6x_0=9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=-3\\x_0=1\end{array}\right.$$

Với $x_0=-3$ ta có phương trình $y=9x+24$ (loại do trùng với phương trình đề bài cho).

Với $x_0=1$ ta có phương trình $y=9x-8$.

<u>Phân tích:</u> Nhiều độc giả không chú ý việc phương trình hai đường thẳng này trùng nhau, do vậy chọn B là sai. Đề bài viết phương trình đường thẳng dạng $9x-y+24=0$ mà không phải $y=9x+24$ để đánh lừa thí sinh, chọn nhầm đáp án.

Câu 8: Đáp án D

> **<u>STUDY TIP:</u>** Với bài toán dạng này ta chú ý nhớ gọn công thức $S=\frac{1}{2}.2|x_B|.|y_A-y_B|$

<u>Phân tích:</u>

Với $m>0$ thì đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị trong đó $A(0;2)$ là tọa độ điểm cực đại, hai điểm cực tiểu là $B\left(\sqrt{m};2-m^2\right)$ và $C\left(-\sqrt{m};2-m^2\right)$.

Khi đó diện tích tam giác *ABC* được tính bằng công thức

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}.BC.d(A;BC)=\frac{1}{2}.2\sqrt{m}.\left|2-\left(2-m^2\right)\right|$$

Do *A* là điểm cực đại nên $2>2-m^2$, do đó ở công thức tên ta có thể bỏ dấu giá trị tuyệt đối và thu được

$S_{ABC} = \sqrt{m}.m^2 = 1 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 9: Đáp án A.

Lời giải

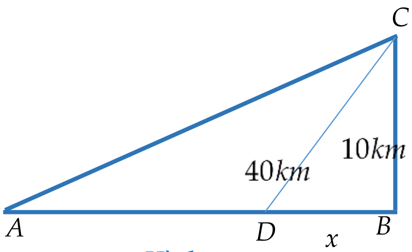
Phương án B sai vì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và có giá trị cực tiểu bằng -2, không phải bằng 2.

Phương án C sai vì hàm số có giá trị cực đại bằng 2, và đạt cực tiểu bằng -2.

Ta thấy trên đồ thị hàm số chỉ có hai điểm cực trị, nên D sai.

Câu 10: Đáp án B.

Lời giải



Hình 1

Giả sử người đó đi đến điểm D thì bắt đầu đi đường thủy và khoảng cách từ điểm D đến điểm B là x km $\left(0 \le x \le 40\right)$ (như hình vẽ).

Khi đó, quãng đường người đó đi đường bộ là $40 - x$ (km).

Quãng đường người đó đi đường thủy là $CD = \sqrt{10^2 + x^2}\,(km)$.

Vậy kinh phí người đó phải bỏ ra là $f\left(x\right) = \left(40 - x\right).3 + \sqrt{10^2 + x^2}.5$

Hay $f\left(x\right) = 5\sqrt{100 + x^2} - 3x + 120$.

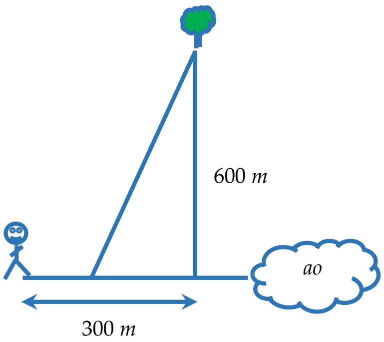
Xét hàm số $f\left(x\right) = 5\sqrt{x^2 + 100} - 3x + 120$ trên $\left[0;40\right]$.

Ta có $f'\left(x\right) = \dfrac{5.2.x}{2\sqrt{x^2 + 100}} - 3 = \dfrac{5x}{\sqrt{x^2 + 100}} - 3$

$f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow x = 7,5$.

Nhận xét với $x = 7,5$ thì hàm số $f\left(x\right)$ đạt GTNN, tuy nhiên ở đây nếu chọn luôn $7,5$ là sai bởi đề bài hỏi AD chứ không phải x, do đó $AD = 40 - 7,5 = \dfrac{65}{2}$.

Tôi cũng đề cập một bài toán có ý tưởng tương tự trong sách cắt lọc tinh túy như sau:



Ví dụ 16: Một người phải đi đến một cái cây quí trong rừng càng nhanh càng tốt. Con đường mòn chính mà người ta hay đi được miêu tả như sau:

Từ vị trí người đó đi thẳng 300 m gặp một cái ao nên không đi tiếp được nữa , sau khi rẽ trái đi thẳng 600 m đường rừng sẽ đến cái cây quí đó.

Biết rằng nếu đi đường mòn thì anh ta có thể chạy với tốc độ $160\,m\,/\,phút$, còn khi đi qua rừng anh ta chỉ có thể đi với tốc độ $70\,m\,/\,phút$.

Đó là con đường đi truyền thống mà người ta hay đi, vậy con đường đi mà mất ít thời gian nhất được miêu tả

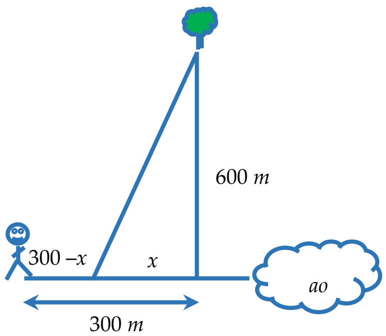
A. đi thẳng từ vị trí người đó đứng đến cái cây.

B. đi theo đường mòn 292 m rồi rẽ trái đi đến cái cây.

C. đi theo cách truyền thống ở trên.

A. đi thẳng 8 m rồi rẽ trái đi đến cái cây.

Đáp án D.



Hình 2

Kí hiệu như hình 1.22 ta có

Tổng thời gian người đó đi đến cái cây được tính theo công thức:

$f\left(x\right) = \dfrac{300 - x}{160} + \dfrac{\sqrt{600^2 + x^2}}{70}$ với $0 \le x \le 300$

STUDY TIP: Ở đây ta sử dụng công thức tính thời gian trong chuyển động thẳng đều $t = \frac{s}{v}$.

Đến đây công việc của ta là đi tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[0;300]$. Ta lần lượt làm theo các bước: $f'(x) = -\frac{1}{160} + \frac{1}{70}.\frac{2x}{2\sqrt{600^2 + x^2}}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 16x = 7\sqrt{600^2 + x^2} \Leftrightarrow 256x^2 = 49.(600^2 + x^2) \Leftrightarrow 207x^2 = 49.600^2$

$\Leftrightarrow x^2 = \frac{49.600^2}{207} \Leftrightarrow x = \frac{7.600}{\sqrt{207}} \approx 292\ m$

Đến đây nhiều độc giả có thể vội chọn B. Tuy nhiên nhìn kĩ thì thấy D mới đúng, vì theo miêu tả thì người đó sẽ đi $300 - x$ mét sau đó thì đi thẳng đến cái cây.

Câu 11: Đáp án D.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số, ta có

$$\frac{x-2}{x+1} = -2x \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x - 2 = -2x(x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 + 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \Rightarrow y = 4 \\ x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = -1 \end{array}\right. .$$

Câu 12: Đáp án B.

Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$.

Xét phương trình $2^{x-1} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2^{x-1} = 2^{-3} \Leftrightarrow x - 1 = -3 \Leftrightarrow x = -2$.

Câu 13: Đáp án A.

Ta có $(\log_3 x)' = \frac{1}{x.\ln 3}$

Câu 14: Đáp án B.

STUDY TIP: chú ý cơ số a nằm trong khoảng nào để xét dấu của bất phương trình .

Phân tích: Ở bài toán này, ta cần hết sức chú ý về cơ số, bởi $0 < \frac{1}{3} < 1$.

Lời giải

Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$.

Vì $0 < \frac{1}{3} < 1$ nên $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} < \frac{1}{27} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} < \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Leftrightarrow x - 2 > 3 \Leftrightarrow x > 5$.

Câu 15: Đáp án D.

Phân tích:

Với bài toán này ta cần xét hai điều kiện:

1. Điều kiện để mẫu khác 0.
2. Điều kiện để tồn tại logarit.

Lời giải

Để hàm số đã cho xác định thì $\begin{cases} \log_2(-x^2 + 2x) \neq 0 \\ -x^2 + 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 2x \neq 1 \\ 0 < x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (0;2) \setminus \{1\}$.

Câu 16: Đáp án D.

Phân tích: Trong sách Chắt lọc tinh túy môn toán năm 2017, tôi có đề cập các vấn đề sau:

a. Bảng tóm tắt các tính chất của hàm số mũ $y = a^x$ $(a > 0; a \neq 1)$.

Tập xác định	$(-\infty;+\infty)$
Đạo hàm	$y'=a^x.\ln a$
Chiều biến thiên	$a>1$ thì hàm số luôn đồng biến; $0<a<1$ thì hàm số luôn nghịch biến.
Tiệm cận	Trục Ox là tiệm cận ngang.
Đồ thị	Đi qua các điểm $(0;1)$ và $(1;a)$, nằm phía trên trục hoành $(y=a^x>0,\forall x\in\mathbb{R})$

b. Bảng tóm tắt các tính chất của hàm số logarit.

Tập xác định	$(0;+\infty)$
Đạo hàm	$y'=\dfrac{1}{x.\ln a}$
Chiều biến thiên	$a>1$: hàm số luôn đồng biến. $0<a<1$: hàm số luôn nghịch biến.
Tiệm cận	Trục Oy là tiệm cận đứng.
Đồ thị	đi qua các điểm $(1;0)$ và $(a;1)$; nằm phía bên phải trục tung.

Từ bảng tóm tắt trên ta đưa ra kết luận.

***Với phương án* A**: Đây là hàm số mũ có cơ số $0<a=\frac{1}{2}<1$, do vậy hàm số luôn nghịch biến (loại).

***Với phương án* B, C, D** thì ta chỉ cần xét về tính chất của hàm số logarit.

***Với phương án* B**: Điều kiện $x>1$, đến đây ta không xét nữa, bởi hàm số nếu đồng biến thì chỉ đồng biến trên $(1;+\infty)$ mà không phải $\mathbb{R}$.

***Với phương án* C:** ta có $\left(\log_2\left(x^2+1\right)\right)'=\dfrac{2x}{\left(x^2+1\right).\ln 2}$, dấu của y' đổi từ âm sang dương qua $x=0$, do vậy, hàm số này không thể luôn đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Vậy D thỏa mãn do $y'=\left(\log_2\left(2^x+1\right)\right)'=\dfrac{2^x.\ln 2}{\left(2^x+1\right).\ln 2}=\dfrac{2^x}{2^x+1}>0,\forall x\notin\mathbb{R}$. Do vậy, hàm số ở D luôn thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 17: Đáp án D.

***Với phương án* A:** ta thấy A đúng vì a,b dương nên ta có thể áp dụng tính chất logarit này.

Với phương án B:

$\log_{c^2}\dfrac{b}{a^2}=\dfrac{1}{2}\left(\log_c\dfrac{b}{a^2}\right)=\dfrac{1}{2}.\left(\log_c b-\log_c a^2\right)=\dfrac{1}{2}\log_c b-\log_c a$. Vậy B đúng

***Với phương án* C:** ta có $\log_c\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln\frac{a}{b}}{\ln c}=\dfrac{\ln a-\ln b}{\ln c}$, vậy C đúng

***Với phương án* D**: ta có $\dfrac{1}{2}.\log_c^2\left(\dfrac{b}{a}\right)^2=2.\dfrac{1}{2}.\log_c^2\dfrac{b}{a}=\left(\log_c\dfrac{b}{a}\right)^2=\log_c b-\log_c a$.

Vậy D sai, chọn D.

Câu 18: Đáp án A.

Ta có $y'=\left(\frac{\log_4 x}{x+2}\right)'=\frac{(\log_4 x)'.(x+2)-(x+2)'.\log_4 x}{(x+2)^2}=\frac{\frac{1}{x.\ln 4}.(x+2)-\log_4 x}{(x+2)^2}$

$$=\frac{\frac{x+2}{2x.\ln 2}-\frac{\ln x}{2.\ln 2}}{(x+2)^2}=(x+2-x.\ln x).\frac{1}{2x.(x+2)^2.\ln 2}$$

Câu 19: Đáp án B.

Ta có $\log_{12}27=\log_{12}3^3=3\log_{12}3=\frac{3.\log_3 3}{\log_3 12}=\frac{3}{\log_3 3+\log_3 4}=\frac{3}{1+\log_3 4}$

Mà $\log_{12}27=a$, do đó $\frac{3}{1+\log_3 4}=a\Leftrightarrow \log_3 4=\frac{3}{a}-1$

$$\log_6 16=\frac{\log_3 16}{\log_3 6}=\frac{2\log_3 4}{\log_3 3+\log_3 2}=\frac{2.\left(\frac{3}{a}-1\right)}{1+\frac{1}{2}.\log_3 4}=\frac{6-2a}{a.\left(1+\frac{1}{2}.\left(\frac{3}{a}-1\right)\right)}$$

$$=\frac{6-2a}{a+\frac{3}{2}-\frac{1}{2}a}=\frac{12-4a}{a+3}.$$

Câu 20: Đáp án B.

Ta có $\log_a b>0\Leftrightarrow \log_a b>\log_a 1\ (*)$

Với $0<a<1$ thì bất phương trình $(*)\Leftrightarrow b<1$.

Với $a>1$ thì bất phương trình $(*)\Leftrightarrow b>1$.

Câu 21: Đáp án C.

Sau mỗi giờ số lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng béo trước đó và độ tăng không đổi nên sau t giờ thì lượng bèo là 10^t.

Gọi x là thời gian lá bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ cái hồ, khi đó ta có phương trình

$$10^x=\frac{1}{3}.10^t\Leftrightarrow x=\log\left(\frac{10^t}{3}\right)\Leftrightarrow x=\log 10^t-\log 3=t-\log 3.$$

Câu 22: Đáp án C

Câu 23: Đáp án D

Ta có $\int\frac{1}{x+1}\mathrm{d}x=\ln|x+1|+C$.

Câu 24: Đáp án D.

STUDY TIP: Hàm vận tốc là đạo hàm của hàm quãng đường, hàm gia tốc là đạo hàm của hàm vận tốc.

Phân tích: Trong chuyên đề về tích phân (quà tặng valentine) , tôi có đang viết về chuyên đề này, do vậy tôi sẽ không nhắc lại lí thuyết mà có luôn lời giải như sau:

Lời giải

Giả sử lúc hết xăng thì $t=0$.

Lúc dừng xe hẳn thì vận tốc của cano là $v(t)=0\Leftrightarrow t=4s$.

Ta có hàm quãng đường là nguyên hàm của hàm vận tốc, do vậy quãng đường cano đi được cho đến khi dừng hẳn được tính bằng công thức

$$\int_0^4(-5t+20)\mathrm{d}t=\left(-\frac{5}{2}t^2+20t\right)\Big|_0^4=40\,m.$$

Câu 25: Đáp án A.

Ta thấy tích phân này chứa biểu thức căn, ta có thể nghĩ ngay đến đổi biến $x^2+1=u$, bởi $u'=2x$.

Lời giải

Đặt $x^2+1=u \Rightarrow du=2xdx$.

Đổi cận: $x=0 \Rightarrow u=1$; $x=1 \Rightarrow u=2$

Khi đó $I=\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}\text{dx}=\frac{1}{2}.\int_1^2 \sqrt{u}.\text{du}=\frac{1}{2}.\int_1^2 u^{\frac{1}{2}}\text{du}=\left(\frac{1}{2}.\frac{1}{1+\frac{1}{2}}.u^{\frac{3}{2}}\right)\Bigg|_1^2$

$=\frac{1}{3}.\sqrt{u^3}\Big|_1^2=\frac{1}{3}.\left(2\sqrt{2}-1\right)$

Câu 26: Đáp án C.

Ta thấy bài toán này là dạng tích phân từng phần, do đó ta có lời giải

Lời giải

Đặt $u=x \Rightarrow$ du=dx

vdv=sinxdx $\Rightarrow$ v=-cosx

Khi đó $I=-x.\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(-\cos x\right)\text{dx}=0+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\text{dx}=\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=1-0=1$.

Câu 27: Đáp án B.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x}{4}=0 \Leftrightarrow x=0$ nằm ngoài $\left(1;4\right)$ nên ta có:

Thể tích vật thể tròn xoay được tính bằng công thức

$V=\pi\int_1^4\left(\frac{x}{4}\right)^2\text{dx}=\left[\pi\left(\frac{1}{3}.\frac{1}{16}.x^3\right)\right]\Bigg|_1^4=\frac{\pi}{48}.\left(4^3-1\right)=\frac{21\pi}{16}$ (đvtt).

Câu 28: Đáp án C.

Ta có $\int\left(2.\sin 5x+\sqrt{x}+\frac{3}{5}\right)\text{dx}=\frac{2}{5}.\left(-\cos 5x\right)+\frac{2}{3}.\sqrt{x}^3+\frac{3}{5}x+C$

$=-\frac{2}{5}\cos 5x+\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{3}{5}x+C$.

Để hai hàm số cắt nhau tại một điểm thuộc Oy, tức là

$f\left(0\right)=F\left(0\right) \Leftrightarrow \frac{3}{5}=-\frac{2}{5}.1+C \Leftrightarrow C=1$.

Vậy $F\left(x\right)=-\frac{2}{5}\cos 5x+\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{3}{5}x+1$.

Câu 29: Đáp án C.

Ta có $\bar{z}=3+2i \Rightarrow z=3-2i$, vậy z có phần thực là 3; phần ảo là -2.

Câu 30: Đáp án A.

Số phức liên hợp của z là $\bar{z}=4+5i$. Vậy điểm biểu diễn của $\bar{z}$ có tọa độ $\left(4;5\right)$.

Câu 31: Đáp án C.

Ta có phương trình $z^2+4z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-2+3i \\ z=-2-3i \end{array}\right.$.

Khi đó $\left|z_1\right|^2+\left|z_2\right|^2=\left(-2\right)^2+3^2+\left(-2\right)^2+\left(-3\right)^2=26$.

Câu 32: Đáp án B.

Ta có $z=1+i\Rightarrow \bar{z}=1-i$.

Khi đó $w=\dfrac{1-i+2i}{1+i-1}=\dfrac{1+i}{i}=\dfrac{(1+i).i}{i^2}=\dfrac{i^2+i}{-1}=1-i$

$\Rightarrow |w|=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$.

Câu 33: Đáp án D.

Ta có $z^4-1=(z^2-1)(z^2+1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ z=-1 \\ z=i \\ z=-i \end{array}\right.$.

Câu 34: Đáp án D.

Đặt $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$.

Khi đó phương trình $|z-1|=|z-2+3i|$ trở thành

$|x-1+yi|=|x-2+(y+3)i| \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+y^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y+3)^2}$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+y^2=(x-2)^2+(y+3)^2$

$\Leftrightarrow -2x+1=-4x+4+6y+9$

$\Leftrightarrow 2x-6y-12=0$

$\Leftrightarrow x-3y-6=0$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z đã cho là đường thẳng $x-3y-6=0$.

Câu 35: Đáp án A.

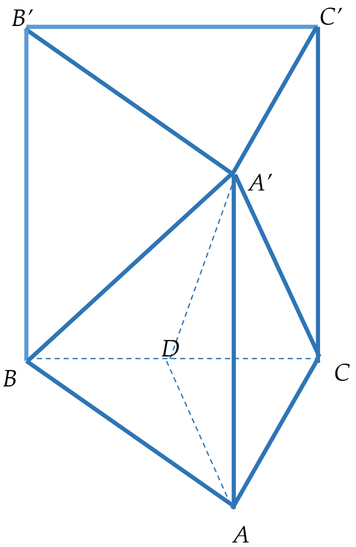
Độ dài ba cạnh xuất phát từ một đỉnh chính là kích thước của hình hộp, do vậy thể tích của hình hộp được tính bằng công thức

$V=abc=2.3.4=24$ (đvtt).

Câu 36: Đáp án B.

Thể tích của khối chóp được tính bằng công thức

$$V_{SABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a=\frac{a^3}{4}.$$



Câu 37: Đáp án A.

Ta có hình vẽ bên

Gọi D là trung điểm của BC. Vì ABC là tam giác đều nên AD là trung tuyến và cũng là đường cao của tam giác $ABC\Rightarrow AD\perp BC\ (1)$.

Tam giác $A'BC$ cân tại A' nên $A'D$ là trung tuyến cũng là đường cao của tam giác $A'BC\Rightarrow A'D\perp BC\ (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $\left((A'BC),(ABC)\right)=A'DA=60^\circ$.

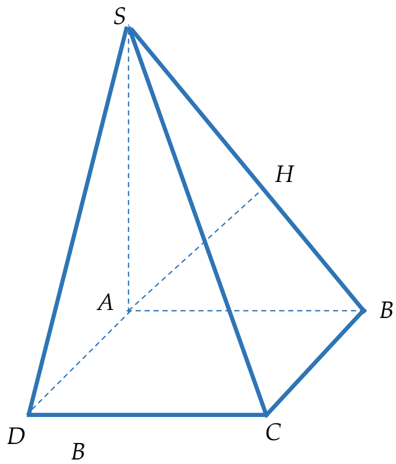
Tam giác $A'DA$ vuông tại A có $A'DA=60^\circ\Rightarrow A'A=AD.\tan 60^\circ=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}=\dfrac{3a}{2}$.

Vậy $V=B.h=S_{ABC}.A'A=\dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a.\dfrac{3a}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$ (đvtt).

Câu 38: Đáp án B.

Kẻ $AH\perp SB$ tại H.

Ta có $SA\perp BC, BC\perp AB \Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow(SBC)\perp(SAB)$.

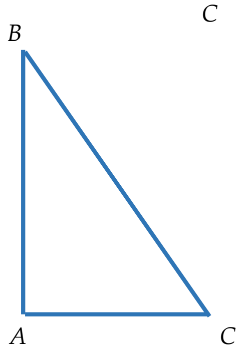


$$\begin{cases}(SBC)\perp(SAB)\\(SBC)\cap(SAB)=SB\Rightarrow AH\perp(SBC)\\AH\perp SB\end{cases}$$

$\Rightarrow d\left(A,(SBC)\right)=AH$.

Tam giác SAB vuông tại A có đường cao $AH \Rightarrow \dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AB^2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{3a^2}+\dfrac{1}{a^2}\Rightarrow AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.



Câu 39: Đáp án A.

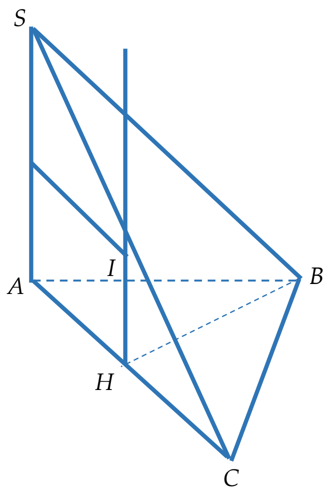
Ta có $\sin ABC=\dfrac{AC}{BC}\Leftrightarrow\dfrac{a}{BC}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow BC=2a$.

Câu 40: Đáp án A.

Thể tích của hình trụ được tính bằng công thức

$V=B.h=\pi R^2.h=\pi.R^2.3=12\pi\Rightarrow R=2$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi R.h=12\pi$ (đvdt).



Câu 41: Đáp án B.

Trong cuốn bộ đề tinh túy môn toán 2017 tôi đã nhắc kĩ về việc xác định tâm của khối cầu ngoại tiếp hình chóp. Do vậy ở đây ta có lời giải sau

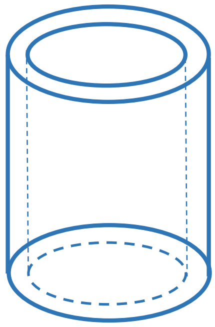
Lời giải

Gọi *H* là trung điểm của *AC*, khi đó *H* là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* (do tam giác *ABC* vuông tại *B*).

Từ *H* kẻ *Hx* vuông góc với (ABC). Gọi giao giữa trung trực của *SA* và *Hx* là *I*.

Khi đó *I* là tâm của khối cầu ngoại tiếp hình chóp *S.ABC*. Vậy *IA* là bán kính của khối cầu. Ta có $IH=\dfrac{SA}{2}=6$; $AH=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{\sqrt{3^2+4^2}}{2}=\dfrac{5}{2}$. Khi đó

$IA=\sqrt{IH^2+AH^2}=\sqrt{6^2+\dfrac{5^2}{2^2}}=\dfrac{13}{2}$. Vậy $V=\dfrac{4}{3}.\pi R^3=\dfrac{4}{3}.\pi.\dfrac{2197}{8}=\dfrac{2197\pi}{6}$.



Câu 42: Đáp án A.

Ta có hình vẽ minh họa của ống bi thoát nước ở bên

Ta nhận thấy lượng bê tông phải đổ vào để làm bi là hiệu thể tích của khối trụ lớn bao ngoài bi, và thể tích của khối trụ lõi. Từ đây ta có

$V=V_1-V_2=\pi.h.\left(0,7^2-0,6^2\right)=\pi.2.\left(0,3^2-0,2^2\right)=0,1\pi\ \left(m^3\right)$.

Câu 43: Đáp án A.

Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

Câu 44: Đáp án C.

Vecto chỉ phương của d là $\vec{u}=(-1;2;3)$.

Câu 45: Đáp án A.

Mặt phẳng (P) có vtpt $\overrightarrow{n_1}=(1;-2;3)$

Mặt phẳng (Q) có vtpt $\overrightarrow{n_2}=(-2;4;-6)=-2(1;-2;3)$.

Ta thấy $\overrightarrow{n_1}\parallel\overrightarrow{n_2}$ và điểm $A\left(0;0;\dfrac{5}{3}\right)$ nằm trong mặt phẳng (P) mà không nằm trong mặt phẳng (Q), do vậy hai mặt phẳng này song song.

Câu 46: Đáp án C.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-3;2)$, bán kính $R=\sqrt{2+1+9+4}=4$.

Câu 47: Đáp án C.

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d, do đó mặt phẳng (P) vuông góc với vtcp $\vec{u}=(2;1;-1)$ của đường thẳng d. Vậy

$(P): 2.(x-2)+y-(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-z-5=0$.

Câu 48: Đáp án D.

Ta có $\Delta: \begin{cases} x=-2+t \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$. Gọi H là giao của d và Δ. Nhận thấy H thuộc mặt phẳng

(P), do vậy $(-2+t)+2.(2+t)-3.(-t)+4=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow H(-3;1;1)$.

Đường thẳng d qua $H(-3;1;1)$ và có vtcp $\vec{u}=(a;b;c)$.

Mà hai đường thẳng d và Δ vuông góc với nhau nên chọn D.

Câu 49: Đáp án B.

Ta có $I(1;-2;1)$ là tâm mặt cầu.

$$d(I;(P))=\frac{|1-2.(-2)-2.1+3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=2=R \Rightarrow \text{ chọn B.}$$

Câu 50: Đáp án D.

Ta có $0 \le \alpha \le 90°$.

Giả sử $\vec{n}=(a,b,c)$ là vtpt của mặt phẳng (Q).

Khi đó mặt phẳng

$(Q): a(x-1)+b(y-2)+c(z+1)=0 \Leftrightarrow ax+by+cz-a-2b+c=0$

Mà (Q) chứa $B(0;4;0)$ $\Rightarrow 4b-a-2b+c=0 \Leftrightarrow -a+2b+c=0 \Leftrightarrow 2b=a-c$

Ta có $\cos\alpha=\dfrac{|2a-b-2c|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|4b-b|}{3\sqrt{a^2+\dfrac{(a-c)^2}{4}+c^2}}=\dfrac{|a-c|}{\sqrt{5(a^2+c^2)-2ac}}=T$

$$T^2=\frac{a^2-2ac+c^2}{5a^2-2ac+5c^2}$$

Chia cả tử và mẫu cho c^2 ta có

$$T^2=\frac{\dfrac{a^2}{c^2}-2\dfrac{a}{c}+1}{5.\dfrac{a^2}{c^2}-2.\dfrac{a}{c}+5}$$

Đặt $\dfrac{a}{c}=t$ thì $T^2=\dfrac{t^2-2t+1}{5t^2-2t+5}=f(t)$

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t^2-2t+1}{5t^2-2t+5}$ có $f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-1 \end{array}\right.$.

Để góc giữa hai mặt phẳng đạt GTNN thì $\cos\alpha$ đạt GTLN, tức là $t=-1$

$$\Rightarrow \cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

STUDY TIP: Bên là cách làm truyền thống, tôi chưa tìm ra cách làm nhanh hơn của dạng toán này, mong quý độc giả góp ý thêm.

ĐỀ SỐ 2

TOÁN HỌC TUỔI TRẺ LẦN 3

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017

Môn: Toán

***Thời gian làm bài:* 90 phút**

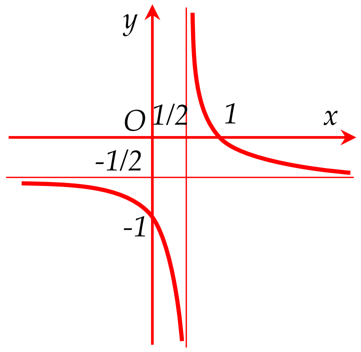
Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{2x-1}$. Hãy chọn câu đúng:

A. Hàm số có hai chiều biến thiên.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$

D. Đồ thị hàm số có hình dạng



Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=3t\\z=2+5t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{a}=(2;0;2)$. **B.** $\vec{a}=(1;-3;5)$. **C.** $\vec{a}=(-1;-3;5)$. **D.** $\vec{a}=(-1;3;5)$.

Câu 3: Nếu $y=e^{x+2017}$ thì $y'(\ln 2)$ bằng:

A. 2017 **B.** e^{2019} **C.** $2e^{2017}$ **D.** $2017+e$

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{MN}=(0;1;-1)$ và $M(1;0;2)$ thì tọa độ điểm N là:

A. $N(1;1;1)$ **B.** $N(-1;1;-3)$ **C.** $N(-1;-1;-1)$ **D.** $N(1;-1;3)$

Câu 5: Giả sử hàm số f liên tục trên khoảng K và a,b,c là ba số bất kỳ thuộc K. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\int\limits_a^a f(x)dx=0$

B. $\int\limits_a^b f(x)dx=-\int\limits_b^a f(x)dx$

C. $\int\limits_a^b f(x)dx+\int\limits_c^b f(x)dx==\int\limits_a^c f(x)dx, c\in(a;b)$

D. $\int\limits_a^b f(x)dx=\int\limits_a^b f(t)dt$

Câu 6: Trong các hàm sau, hãy chỉ ra hàm số giảm trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\dfrac{\pi}{3}\right)^x$ **B.** $y=\left(\dfrac{5}{3e}\right)^{-x}$ **C.** $y=(\pi)^{3x}$ **D.** $y=\left(\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\right)^x$

Câu 7: Nghiệm của bất phương trình $\log_3(4x-3)\ge 2$ là:

A. $x\ge 3$ **B.** $x>\dfrac{3}{4}$ **C.** $x>3$ **D.** $\dfrac{3}{4}<x\le 3$

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(5;4;7)$. Phương trình mặt cầu nhận AB làm đường kính là:

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=17$

B. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-5)^2=17$

C. $(x-5)^2+(y-4)^2+(z-7)^2=17$

D. $(x-6)^2+(y-2)^2+(z-10)^2=17$

Câu 9: Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $2017^x > \frac{1}{2017} \Leftrightarrow x > -1.$

B. Hàm số $y = \log_2 2x$ xác định khi $x > 0$

C. Đồ thị hàm số $y = 2^x$ và $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục tung.

D. Nếu $\ln(x-1)(x-2) = \ln(x-1) + \ln(x-2)$ thì x phải nghiệm đúng bất phương trình $(x-1)(x-2) > 0$

Câu 10: Cho số phức $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 3 + i.$ Môđun của số phức $z_1 + 2z_2$ bằng:

A. 65 **B.** $\sqrt{65}$ **C.** 21 **D.** $\sqrt{21}$

Câu 11: Số phức liên hợp với số phức $z = (1+i)^2 - 3(1+2i)^2$ là:

A. $-9 - 10i$ **B.** $9 + 10i$ **C.** $9 - 10i$ **D.** $-9 + 10i$

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 2 = 0.$ Giao điểm M của d và (P) có tọa độ là:

A. $M(3;1;-5)$ **B.** $M(2;1;-7)$ **C.** $M(4;3;5)$ **D.** $M(1;0;0)$

Câu 13: Cho hàm số $y = (x-1)(x+2)^2$. Trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm trên đường thẳng nào dưới đây?

A. $2x - y - 4 = 0$ **B.** $2x - y + 4 = 0$ **C.** $2x + y + 4 = 0$ **D.** $2x + y - 4 = 0$

Câu 14: Bà A gửi 100 triệu vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất 7% một năm. Hỏi sau 2 năm bà A thu được lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất không thay đổi)?

A. 15 (triệu đồng) **B.** 14,49 (triệu đồng) **C.** 20 (triệu đồng) **D.** 14,50 (triệu đồng)

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD,$ đáy là hình chữ nhật $ABCD$ có $BC = 2AB, SA \perp (ABCD)$ và M là điểm trên cạnh AD sao cho $AM = AB.$ Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối chóp $S.ABM$ và $S.ABC$ thì $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

A. $\frac{1}{8}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Câu 16: Giá trị nào của a để $\int_0^a (3x^2 + 2)dx = a^3 + 2$?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 17: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(1 - 2017e^{-2x})$ là:

A. $\int f(x)dx = e^x + 2017e^{-x} + C$ **B.** $\int f(x)dx = e^x - 2017e^{-x} + C$

C. $\int f(x)dx = e^x + \frac{2017}{2}e^{-x} + C$ **D.** $\int f(x)dx = e^x - \frac{2017}{2}e^{-x} + C$

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz,$ gọi (α) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $A(4;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;6)$. Phương trình của (α) là:

A. $\frac{x}{4}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{6}=0$ **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$ **C.** $3x-6y+2z-12=0$ **D.** $3x-6y+2z-1=0$

Câu 19: Diện tích ba mặt của hình hộp chữ nhật bằng $20cm^2, 28cm^2, 35cm^2$. Thể tích của hình hộp đó bằng:

A. $160cm^3$ **B.** $190\ cm^3$ **C.** $140\ cm^3$ **D.** $165\ cm^3$

Câu 20: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{x^3+20}{3}+2\sqrt{x}$ trên đoạn $[1;4]$ là:

A. 9 **B.** 32 **C.** 33 **D.** 42

Câu 21: Cho hai số phức $z_1=a+bi$ và $z_2=a-bi(a,b\in\mathbb{R};z_2\neq 0)$. Hãy chọn câu **sai?**

A. z_1+z_2 là số thực **B.** z_1-z_2 là số thuần ảo

C. $z_1.z_2$ là số thực **D.** $\frac{z_1}{z_2}$ là số thuần ảo

Câu 22: Có bao nhiêu đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 23: Điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $(3+2i)z=5-14i$ có tọa độ là:

A. $(-1;-4)$ **B.** $(1;-4)$ **C.** $(-1;4)$ **D.** $(-4;-1)$

Câu 24: Trong các phương trình dưới đây, phương trình nào có hai nghiệm là $1\pm i\sqrt{3}$

A. $x^2+i\sqrt{3}\ x+1=0$ **B.** $x^2+2x+4=0$ **C.** $x^2-2x+4=0$ **D.** $x^2-2x-4=0$

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz,$ cho đường thẳng $d: x-1=\frac{y-2}{2}=\frac{z-4}{3}$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x+4y+6z+2017=0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. d song song với (α) **B.** d cắt nhưng không vuông góc với (α)

C. d vuông góc với (α) **D.** d nằm trên (α)

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC,$ đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $a, SA\perp(ABC)$ và hợp với SB hợp với đáy một góc $45°$. Xét 2 câu:

(I) Thể tích của hình chóp $S.ABC$ là $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

(II) Tam giác SAB là tam giác cân

Hãy chọn câu đúng:

A. Chỉ (I) đúng **B.** Chỉ (II) đúng **C.** Cả 2 đúng **D.** Cả 2 sai

Câu 27: Phương trình $5^{x+1}+6.5^x-3.5^{x-1}=52$ có một nghiệm duy nhất x_0 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(2;4)$ **B.** $(-1;1)$ **C.** $(1;2)$ **D.** $(0;2)$

Câu 28: Hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$ **B.** $(0;1)$ **C.** $(1;2)$ **D.** $(1;+\infty)$

Câu 29: Biết $\log 2 = a, \log 3 = b$ thì $\log \sqrt[3]{0,18}$ tính theo a và b bằng:

A. $\frac{2b+a-2}{3}$ **B.** $\frac{b+2a-2}{3}$ **C.** $\frac{3b+a-2}{3}$ **D.** $\frac{b+3a-2}{3}$

Câu 30: Với giá trị nào của x thì hàm số $y = -\log_3^2 x + \log_3 x$ có giá trị lớn nhất?

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Câu 31: Giải phương trình: $2\log_3(x-2)+\log_3(x-4)^2=0$. Một học sinh làm như sau:

Bước 1: Điều kiện: $\begin{cases} x>2 \\ x\neq 4 \end{cases} (*)$

Bước 2: Phương trình đã cho tương đương với $2\log_3(x-2)+2\log_3(x-4)=0$

Bước 3: Hay là: $\log_3(x-2)(x-4)=0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4)=1 \Leftrightarrow x^2-6x+7=0 \Leftrightarrow x=3\pm\sqrt{2}$.

Đối chiếu với ĐK $(*)$, suy ra phương trình đã cho có nghiệm là $x=3\pm\sqrt{2}$.

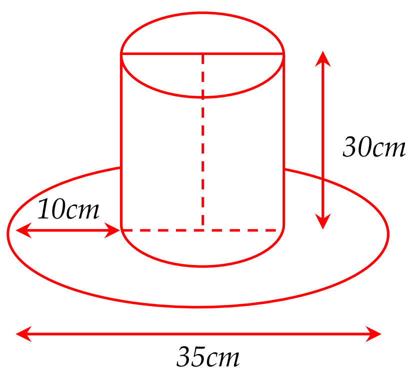
Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Sai ở bước 1 **B.** Sai ở bước 2 **C.** Sai ở bước 3 **D.** Đúng

Câu 32: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x^2-x^4$ và trục hoành là:

A. $\frac{8\sqrt{2}}{15}$ **B.** $\frac{16\sqrt{2}}{15}$ **C.** $4\sqrt{2}$ **D.** $2\sqrt{2}$

Câu 33: Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với các kích thước như hình vẽ. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không kể viền, mép, phần thừa).



A. $700\pi(cm^2)$

B. $754,25\pi(cm^2)$

C. $750,25\pi(cm^2)$

D. $756,25\pi(cm^2)$

Câu 34: So sánh các tích phân: $I=\int_1^4 \sqrt{x}dx, J=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x.\cos x dx, K=\int_0^1 xe^x dx$. Ta có các kết quả nào sau đây?

A. $I>K>J$ **B.** $I>J>K$ **C.** $J>I>K$ **D.** $K>I>J$

Câu 35: Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+2i|=1$ là đường tròn có phương trình nào sau đây?

A. $(x+2)^2+y^2=1$ **B.** $x^2+(y+2)^2=1$ **C.** $x^2+y^2+4y-3=0$ **D.** $x^2+y^2+4x-3=0$

Câu 36: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và mỗi mặt bên có diện tích bằng $4a^2$. Thể tích khối lăng trụ đó là:

A. $2a^3\sqrt{6}$ **B.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ **C.** $a^3\sqrt{6}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

Câu 37: Giải bất phương trình: $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{\frac{1}{x}} \le \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{5}$. Một học sinh làm như sau:

Bước 1: Điều kiện $x \ne 0(*)$.

Bước 2: Vì $\frac{2}{\sqrt{5}} < 1$ nên $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{\frac{1}{x}} \le \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{5} \Leftrightarrow \frac{1}{x} \ge 5$

Bước 3: Từ đó suy ra $1 \ge 5x \Leftrightarrow x \le \frac{1}{5}$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(-\infty; \frac{1}{5}\right] \setminus \{0\}$.

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Đúng **B.** Sai ở bước 1 **C.** Sai ở bước 2 **D.** Sai ở bước 3

Câu 38: Một cái tháp hình nón có chu vi đáy bằng 207,5 m. Một học sinh nam muốn đo chiều cao của cái tháp đã làm như sau. Tại thời điểm nào đó, cậu đo bóng của mình dài 3,32 m và đồng thời đo được bóng của cái tháp (kể từ chân tháp) dài 207,5 m. Biết cậu học sinh đó cao 1,66 m, hỏi chiều cao của cái tháp dài bao nhiêu m?

A. $h = 103{,}75 + \frac{51{,}875}{\pi}$ **B.** $h = 103 + \frac{51{,}87}{\pi}$ **C.** $h = 103{,}75 + \frac{25{,}94}{\pi}$ **D.** $h = 103{,}75$

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 3x)$. Tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là:

A. $(-\infty;0) \cup (3;+\infty)$ **B.** $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ **C.** $\{3\}$ **D.** $\varnothing$

Câu 40: Một quả bóng bàn được đặt tiếp xúc với tất cả các mặt của một cái hộp lập phương. Tỉ số thể tích của phần không gian nằm trong hộp đó nhưng nằm ngoài quả bóng bàn và thể tích hộp là:

A. $\frac{8-\pi}{8}$ **B.** $\frac{3}{4}$ **C.** $\frac{6-\pi}{6}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại $x = 2$? một học sinh làm như sau:

Bước 1: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}, y' = \frac{x^2 + 2mx + m^2 - 1}{(x+m)^2}$.

Bước 2: Hàm số đạt cực đại tại $x = 2 \Leftrightarrow y'(2) = 0(*)$

Bước 3: $(*) \Leftrightarrow m^2 + 4m + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = -3 \end{array}\right.$

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Sai từ bước 1 **B.** Sai từ bước 2 **C.** Sai từ bước 3 **D.** Đúng

Câu 42: Giá trị của m để đường thẳng $y = 2x + m$ cắt đường cong $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt là:

A. $m \ne 1$ **B.** $m > 0$ **C.** $m \ne 0$ **D.** Một kết quả khác

Câu 43: Với giá trị nguyên nào của k thì hàm số $y = kx^4 + (4k-5)x^2 + 2017$ có ba cực trị?

A. $k = 1$ **B.** $k = 2$ **C.** $k = 3$ **D.** $k = 4$

Câu 44: Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = \sin x - \cos x + 2017\sqrt{2}\, mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $m \geq 2017$ **B.** $m > 0$ **C.** $m \geq \frac{1}{2017}$ **D.** $m \geq -\frac{1}{2017}$

Câu 45: Có hai chiếc cọc cao 10m và 30m lần lượt đặt tại hai vị trí A, B. Biết khoảng cách giữa hai cọc bằng 24m. Người ta chọn một cái chốt ở vị trí M trên mặt đất nằm giữa hai chân cột để giăng dây nối đến hai đỉnh C và D của cọc (như hình vẽ). Hỏi ta phải đặt chốt ở vị trí nào trên mặt đất để tổng độ dài của hai sợi dây đó là ngắn nhất?

A. $AM = 6m, BM = 18m$ **B.** $AM = 7m, BM = 17m$

C. $AM = 4m, BM = 20m$ **D.** $AM = 12m, BM = 12m$

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$ và ba điểm $A(0;1;2), B(1;1;1), C(2;-2;3)$. Tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất là:

A. $(4;-2;-4)$ **B.** $(-1;2;0)$ **C.** $(3;-2;-8)$ **D.** $(1;2;-2)$

Câu 47: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Xét 2 câu:

(I) Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BD)$ là $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

(II) Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có 9 mặt phẳng đối xứng

Hãy chọn câu đúng:

A. Chỉ (I) đúng **B.** Chỉ (II) đúng **C.** Cả 2 đúng **D.** Cả 2 sai

Câu 48: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0, x = 1$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (0 \leq x \leq 1)$ là một tam giác đều có cạnh là $4\sqrt{\ln(1+x)}$.

A. $V = 4\sqrt{3}\,(2\ln 2 - 1)$ **B.** $V = 4\sqrt{3}\,(2\ln 2 + 1)$ **C.** $V = 8\sqrt{3}\,(2\ln 2 - 1)$ **D.** $V = 16\pi\,(2\ln 2 - 1)$

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + mt \\ z = -2t \end{cases}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z + 13 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để d cắt (S) tại hai điểm phân biệt?

A. 5 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Câu 50: Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x), y = \frac{f(x)}{g(x)}$. Nếu các hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị các hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = 0$ bằng nhau và khác 0 thì:

A. $f(0) < \frac{1}{4}$ **B.** $f(0) \leq \frac{1}{4}$ **C.** $f(0) > \frac{1}{4}$ **D.** $f(0) \geq \frac{1}{4}$

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1C	2D	3C	4A	5C	6D	7A	8B	9D	10B
11B	12A	13C	14B	15D	16B	17A	18C	19C	20B
21D	22B	23A	24C	25C	26C	27D	28B	29A	30C
31B	32B	33D	34A	35B	36C	37D	38A	39B	40C
41B	42D	43A	44C	45A	46B	47C	48A	49A	50B

Câu 1: Đáp án C.

Phân tích: Ta có thể thấy ngay

$y'=\dfrac{ab-bc}{MS^2}=\dfrac{3}{MS^2}>0$ với mọi $x\neq\dfrac{1}{2}$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Kết quả lưu ý: Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ (có $y'=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$) luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{d}{c}\right)$ và $\left(-\dfrac{d}{c};+\infty\right)$.

Câu 2: Đáp án D.

Kiến thức áp dụng: Đường thẳng có phương trình tham số $d:\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$ thì vtcp của d là $\vec{u}=(a;b;c)$.

Câu 3: Đáp án C.

Ta có công thức $(e^u)'=u'.e^u$. Ở đây ta nhẩm nhanh rằng $(x+2017)'=1$. Do vậy $y'(\ln 2)=e^{\ln 2+2017}=2e^{2017}$.

Câu 4: Đáp án A.

Ta nhẩm nhanh như sau: $\begin{cases}x_N=x_{\overrightarrow{MN}}+x_M=1\\y_N=y_{\overrightarrow{MN}}+y_M=1\\z_N=z_{\overrightarrow{MN}}+z_M=1\end{cases}$

Câu 5: Đáp án C.

Câu 6: Đáp án D.

Ta thấy tất cả các phương án còn lại cơ số đều lớn hơn một, riêng ở B và D thì cơ số lớn hơn 0 và nhỏ hơn 1. Tuy nhiên, ta thấy ở B, số mũ là $-x$ tức là $\left(\dfrac{5}{3e}\right)^{-x}=\left(\dfrac{3e}{5}\right)^{x}$. Vậy cơ số lúc này lớn hơn 1, do đó ta chọn D.

Câu 7: Đáp án A.

Ta có: $bpt\Leftrightarrow\begin{cases}x>\dfrac{3}{4}\\4x-3\geq 9\end{cases}\Leftrightarrow x\geq 3$

Câu 8: Đáp án B

$I(3;1;5)$ là trung điểm của AB, khi đó I là tâm của mặt cầu nhận AB làm đường kính, ta không cần đi tìm độ dài bán kính vì tất cả các phương án đều là 17. Do vậy ta chọn luôn B.

Câu 9: Đáp án D.

Ta có:

Nếu chỉ có điều kiện $(x-1)(x-2)>0$ thì không đủ bởi khi đó sẽ có TH $(x-1)$ và $(x-2)$ cùng nhỏ hơn 0. Do đó $\ln(x-1)$ và $\ln(x-2)$ không tồn tại.

Câu 10: Đáp án B.

Ta bấm máy MODE $\rightarrow$ 2:CMPLX

Ấn SHIFT+hyp (Abs) và nhập biểu thức

$1+2i+2x(3+i)$ máy hiện $\sqrt{65}$

Câu 11: Đáp án B

Ta bấm máy tính dưới chế độ tính toán với số phức MODE 2 được $z=9-10i$. Mà đề hỏi số phức liên hợp do đó ta chọn B.

Câu 12: Đáp án A.

Ta có phương trình

$2.(1+2t)+t-2-3t-2=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow M(3;1;-5)$

Câu 13: Đáp án C.

Đây là bài toán ứng dụng của việc tìm phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị như sau:

Ta có kết quả đó là: *Trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị chính là điểm uốn của đồ thị hàm số bậc ba.*

Ta có $y=(x-1)(x+2)^2=x^3+3x^2-4$

Ta có $y''=6x+6=0 \Leftrightarrow x=-1 \Rightarrow y(-1)=-2$. Thỏa mãn phương trình C.
Hoặc quý độc giả có thể làm luôn theo cách bấm máy viết phương trình đi qua hai điểm cực trị mà tôi đã giới thiệu trong sách "Bộ đề tinh túy ôn thi THPT Quốc Gia môn Toán"

Câu 14: Đáp án B.

Ta có Sau hai năm thì số tiền lãi bà thu được là:

$100(1+0.07)^2-100=14,49$

Câu 15: Đáp án D.

Ta có

$S_{ABM}=\frac{1}{2}.AB.\frac{AD}{2}=\frac{1}{4}S_{ABCD} \Rightarrow V_{SABM}=\frac{1}{4}V_{SABCD}$

Mặt khác $V_{SABC}=\frac{1}{2}V_{SABCD}$ do vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$

Câu 16: Đáp án B

Ta có $I=\left(x^3+2x\right)\Big|_0^a=a^3+2a=a^3+2 \Leftrightarrow a=1$

Câu 17: Đáp án A.

$F(x)=\int\left(e^x-2017.e^{-x}\right)dx=e^x+2017e^{-x}+C$

Câu 18: Đáp án C.

Phương trình có dạng

$\frac{x}{4}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{6}=1 \Leftrightarrow 3x-6y+2z-12=0$

Câu 19: Đáp án C.

Ta có $\begin{cases} ab=20 \\ bc=28 \Leftrightarrow abc=\sqrt{20.28.35}=140 \\ ca=35 \end{cases}$

Câu 20: Đáp án B.

Ta nhận xét nhanh, thấy rõ $\frac{x^3+20}{3}$ đồng biến trên $[1;4]$, $\sqrt{x}$ cũng đồng biến trên $[1;4]$. Do đó Min, Max của $f(x)$ nằm ở đầu mút, khi đó

$\underset{[1;4]}{Max}\, f(x)=f(4)=32$

Câu 21: Đáp án D.

Câu 22: Đáp án B.

Hai TCN là $y=\frac{1}{2}$ và $y=-\frac{1}{2}$

Câu 23: Đáp án A.

Bấm máy tính với chế độ MODE $\rightarrow$ 2:CMPLX

với $z=\frac{5-14i}{3+2i}=-1-4i$

Câu 24: Đáp án C.

Ta thấy $z_1+z_2=2; z_1z_2=4 \Rightarrow$ chọn C.

Câu 25: Đáp án C.

d có $vtcp\ \vec{u}=(1;2;3)$

(α) có vtpt $\vec{n}=(2;4;6)=2(1;2;3)$ do đó $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$ do đó d vuông góc với (α).

Câu 26: Đáp án C.

SB hợp với đáy một góc $45°$ do đó tam giác SAB vuông cân tại A. Khi đó $SA=AB=a$. Vậy

$V=\frac{1}{3}.a.\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12} \Rightarrow$ (I), (II) đúng.

Câu 27: Đáp án D.

Ta có $5^{x+1}+6.5^x-3.5^{x+1}=52$

$\Leftrightarrow \frac{52}{5}.5^x=52 \Leftrightarrow 5^x=5 \Leftrightarrow x=1$

Câu 28: Đáp án B.

$D=[0;2]$ $y'=\frac{-x+1}{\sqrt{2x-x^2}}>0 \Leftrightarrow x<1$. Suy ra hàm số đồng biến trên $(0;1)$

Câu 29: Đáp án A.

Gán log2 cho A, log3 cho B, thử trên máy ta được đáp án A.

Câu 30: Đáp án C.

Câu 31: Đáp án B.

Chữa lại như sau ở bước 2:

Phương trình đã cho tương đương với

$2\log_3(x-2)+2\log_3|x-4|=0$

Câu 32: Đáp án B.

Ta có $2x^2-x^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$. Khi đó

$S=\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}\left|2x^2-x^4\right|dx=2\int_0^{\sqrt{2}}\left(2x^2-x^4\right)dx$

$=\left(\frac{4}{3}x^3-\frac{2}{5}x^5\right)\Big|_0^{\sqrt{2}}=\frac{8}{3}.\sqrt{2}-\frac{8}{5}.\sqrt{2}=\frac{16\sqrt{2}}{15}$

Câu 33: Đáp án D.

Tổng diện tích được tính bằng tổng diện tích xung quanh của hình trụ và diện tích một đáy, với diện tích hình vành khăn.

Ta có

$S=2\pi.7,5.30+\pi.7,5^2+\pi.\left(17,5^2-7,5^2\right)=756,25\pi$

Câu 34: Đáp án A.

Ta có $I=\frac{14}{3}; J=\frac{1}{3}; K=1 \Rightarrow I>K>J$

Câu 35: Đáp án B.

$|z+2i|=1 \Leftrightarrow x^2+(y+2)^2=1$

Câu 36: Đáp án C.

Ta có $h=\dfrac{4a^2}{a\sqrt{2}}=2a\sqrt{2}$.

$V=B.h=\dfrac{1}{2}.a\sqrt{2}.\dfrac{a\sqrt{2}.\sqrt{3}}{2}.2a\sqrt{2}=a^3\sqrt{6}$

Câu 37: Đáp án D.

Bước 3: Vì chuyển bất phương trình tương đương nhân hai vế với x mà không xét dấu của x.

Câu 38: Đáp án A.

Ta có :

$$\frac{1,66}{3,32}=\frac{h}{\frac{207,5}{2\pi}+207,5}\Rightarrow h=103,75+\frac{51,875}{\pi}$$

Câu 39: Đáp án B.

$$\left(\ln\left(x^2-3x\right)\right)'=\frac{2x-3}{x^2-3x}=0\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$$

Câu 40: Đáp án C.

Quả bóng bàn có bán kính r, hình lập phương có cạnh $2r$. Khi đó V trống là $V_1=\left(8r^3-\dfrac{4}{3}\pi r^3\right)$.

Khi đó $\dfrac{V_1}{V}=\dfrac{8-\frac{4}{3}\pi}{8}=\dfrac{6-\pi}{6}$

Câu 41: Đáp án B.

Dấu tương đương dùng sai, ở đây chỉ là dấu suy ra và sau đó phải thử lại sau bước 3.

Câu 42: Đáp án D.

$x\neq 1$. Xét phương trình hoành độ giao điểm ta có để hai đồ thị hàm số catwsn hau tại hai điểm phân biệt thì: $\begin{cases}x\neq 1\\ 2x^2+(m-3)x-m-1=0\end{cases}$

$$\begin{cases}2+m-3-m-1\neq 0\\ (m-3)^2+8(m+1)>0\end{cases}\Leftrightarrow \forall m$$

Câu 43: Đáp án A.

Ta nhẩm nhanh như sau: Để hàm số có ba cực trị thì phương trình $y'=0$ phải có ba nghiệm phân biệt, tức là $(4k-5)k<0$. Chỉ có A thỏa mãn.

Câu 44: Đáp án C.

Ta có $y'=\cos x+\sin x+2017\sqrt{2}m$. Ta có $y'=\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)+2017\sqrt{2}m$. Để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'\geq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm.

$\Leftrightarrow \sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\geq -2017m$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Điều này xảy ra khi $-2017m\leq -1\Leftrightarrow m\geq\dfrac{1}{2017}$.

Câu 45: Đáp án A.

Ta có đặt $AM=x$ khi đó $MB=24-x\,;x\in(0;24)$

Khi đó

$$CM+DM=f(x)=\sqrt{10^2+x^2}+\sqrt{30^2+(24-x)^2}.$$

Lúc này ta thử xem đáp án nào Min.

Câu 46: Đáp án B.

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

$\Rightarrow I(1;0;2)$. Mà

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+3\overrightarrow{MI}\right|=3MI$. Để $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất thì

$\overrightarrow{MI}\perp(P)\Rightarrow M(-1;2;0)$.

Câu 47: Đáp án C.

Ta có gọi h là khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BD)$ thì $\dfrac{1}{h^2}=\dfrac{3}{a^2}\Rightarrow h=\dfrac{a}{\sqrt{3}}\Rightarrow(I)$ đúng.

Xét khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$

Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA

M', N', P', Q' lần lượt là trung điểm của $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$, $D'A'$

R, S, T, U lần lượt là trung điểm của AA', BB', CC', DD'

Khối lập phương $ABCD.\,A'B'C'D'$ có 9 mp đối xứng như sau :

a) 3 mp đối xứng chia nó thành 2 khối hộp chữ nhật (là các mp $MPP'M'$, $NQQ'N'$, $RSTU$)

b) 6 mp đối xứng chia nó thành 2 khối lăng trụ tam giác (là các mp $ACC'A'$, $BDD'B'$, $AB'C'D$, $A'BCD'$, $ABC'D'$, $A'B'CD$). Vậy (II) đúng.

Câu 48: Đáp án A.

Câu này tương tự như câu số 26, đề số 8 trong sách "Bộ đề tinh túy ôn thi THPT Quốc Gia năm 2017" mà tôi đã phân tích và đề cập rất kĩ. Do đó ở đây:

Ta có

$$S(x)=\frac{1}{2}.4\sqrt{\ln(1+x)}.\frac{4.\sqrt{\ln(1+x)}.\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}.\ln(1+x)$$

Vậy $V=\displaystyle\int_0^1 S(x)dx=4\sqrt{3}\int_0^1\ln(1+x)dx$

Đặt $u=\ln(1+x)\Rightarrow du=\dfrac{1}{1+x}dx;\ dv=dx\Rightarrow v=x$

Khi đó $V=4\sqrt{3}.\left(x.\ln(1+x)\Big|_0^1-\int_0^1\dfrac{x}{1+x}dx\right)$

$V=4\sqrt{3}.\left(\ln 2-\left(x-\ln(1+x)\right)\Big|_0^1\right)$

$=4\sqrt{3}.\left(\ln 2-(1-\ln 2)\right)=4\sqrt{3}.(2\ln 2-1)$

Câu 49: Đáp án A

Ta có phương trình

$(2+t)^2+(1+mt)^2+4t^2-2.(2+t)+6.(1+mt)$

$+8t+13=0$

$\Leftrightarrow (m^2+5)t^2+2.(5+4m)t+20=0$

Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt. $\Leftrightarrow (5+4m)^2-20(m^2+5)>0$

$\Leftrightarrow 4m^2-40m+75<0\Leftrightarrow 2,5<m<7,5$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 50: Đáp án B.

Ta có $f'(0)=g'(0)=\dfrac{f'(0).g(0)-g'(0).f(0)}{g^2(0)}$

$\Leftrightarrow a=\dfrac{a.\left(g(0)-f(0)\right)}{g^2(0)}$

$\Leftrightarrow f(0)=-g^2(0)+g(0)=\dfrac{1}{4}-\left(g(0)-\dfrac{1}{2}\right)^2\le\dfrac{1}{4}$

Hãy giải quyết những chướng ngại vật

Một nông dân già phải cày vòng quanh một tảng đá lớn trong mảnh ruộng của ông trong nhiều năm. Ông đã làm gãy nhiều lưỡi cày, một cái máy xới vì tảng đá này và thấy muốn phát bệnh mỗi khi nhìn nó.

Một ngày kia, sau khi bị gãy thêm một lưỡi cày nữa, nhớ lại tất cả những bực dọc tảng đá đã gây ra cho ông trong từng ấy năm, ông quyết định phải làm một điều gì với nó.

Khi ông kê cây xà beng dưới tảng đá, ông ngạc nhiên nhận ra nó chỉ dầy khoảng một tấc rưỡi, ông có thể dùng búa tạ đập vỡ dễ dàng. Vừa bỏ những mảnh đá vụn lên xe đem đi bỏ , ông vừa mỉm cười khi nhớ lại tất cả những bực dọc tảng đá đã gây ra cho ông trong từng ấy năm và chuyện vứt bỏ nó đi lại thật là dễ dàng, nhanh chóng .

Trở ngại đó có thể nhỏ bằng 1 cục đá, hoặc to bằng cả núi tùy vào cách bạn nghĩ nó là như thế nào. Dù sao đã là trở ngại thì cũng nên đối mặt và giải quyết nó, bởi bạn có thể né tránh 1 phút nhưng chẳng thể nào né tránh được cả đời.

(Nguồn: Sưu tầm)

ĐỀ SỐ 3

TOÁN HỌC TUỔI TRẺ LẦN 4

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017

Môn: Toán

***Thời gian làm bài:* 90 phút**

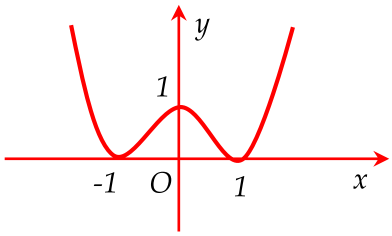
Câu 1: Hình dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D sau:

A. $y = x^3 - 3x + 2$

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

C. $y = x^2 + 2x - 3$

D. $y = -2x^4 + 3x^2 - 1$



Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$, khi đó tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) \le 0$ là:

A. $\varnothing$ **B.** $(0;+\infty)$ **C.** $[-2;2]$ **D.** $(-\infty;+\infty)$

Câu 3: Hàm số $y = \sqrt{x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng:

A. $\left(\frac{1}{2};1\right)$ **B.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$ **C.** $(-\infty;0)$ **D.** $(1;+\infty)$

Câu 4: Hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ đồng biến trên tập xác định khi giá trị của m là:

A. $m \le 1$ **B.** $m \ge 3$ **C.** $-1 \le m \le 3$ **D.** $m < 3$

Câu 5: Cho hàm số $y = mx^3 + 2x^2 + (m+1)x - 2$. Với giá trị nào của m thì hàm số đã cho có một cực trị?

A. $m < 0$ **B.** $m > 0$ **C.** $m = 0$ **D.** $m < 1$

Câu 6: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2 (C)$. Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất:

A. $y = -3x + 3$ **B.** $y = -3x - 3$ **C.** $y = -3x$ **D.** $y = 0$

Câu 7: Cho phương trình $-x^4 + 4x^2 - 3 - m = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình có 4 nghiệm phân biệt:

A. $1 < m < 2$ **B.** $-1 < m < 2$ **C.** $-3 < m < 1$ **D.** $1 < m < 3$

Câu 8: Số điểm có tọa độ là các số nguyên trên đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x+2}$ là:

A. 4 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 1

Câu 9: Hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ đạt cực tiểu tại:

A. $x = -1$ **B.** $x = 1$ **C.** $x = 0$ **D.** $x = -2$

Câu 10: Cho họ đồ thị $(C_m): y = x^4 + mx^2 - m - 1$. Tọa độ các điểm mà mọi đồ thị của họ (C_m) đi qua là:

A. $(-1;0)$ và $(1;0)$ **B.** $(1;0)$ và $(0;1)$ **C.** $(-2;1)$ và $(-2;3)$ **D.** $(2;1)$ và $(0;1)$

Câu 11: Cho hàm số: $y = \frac{x+2}{x+1} (C)$. Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến của (C). Giá trị lớn nhất d có thể đạt được là:

A. $3\sqrt{3}$ **B.** $\sqrt{3}$ **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $2\sqrt{2}$

Câu 12: Biểu thức $A = 4^{\log_2 3}$ có giá trị là:

A. 6 **B.** 9 **C.** 16 **D.** 2

Câu 13: Đạo hàm hàm số $y = 2^x.3^x$ bằng:

A. $6^x \ln 6$ **B.** 6^x **C.** $2^x + 3^x$ **D.** $2^{x+1} + 3^{x+1}$

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = e^x(3 - x^2)$. Đạo hàm hàm số triệt tiêu tại các điểm:

A. $x = 1; x = -3$ **B.** $x = 1; x = 3$ **C.** $x = -1; x = 3$ **D.** $x = 0$

Câu 15: Phương trình $\log_3(3x-2) = 3$ có nghiệm là:

A. $\frac{11}{3}$ B. $\frac{25}{3}$ C. $\frac{29}{3}$ D. 87

Câu 16: Hàm số $y=\ln\left(-x^2+5x-6\right)$ có tập xác định là:

A. $\left(-\infty;2\right)\cup\left(3;+\infty\right)$ B. $\left(0;+\infty\right)$ C. $\left(-\infty;0\right)$ D. $\left(2;3\right)$

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $32.4^x-18.2^x+1<0$ là tập con của tập:

A. $\left(-5;-2\right)$ B. $\left(-4;0\right)$ C. $\left(1;4\right)$ D. $\left(-3;1\right)$

Câu 18: Cho $a=\log_{30}3, b=\log_{30}5$, khi đó $\log_{30}1350$ tính theo a,b bằng:

A. $2a+b+1$ B. $2a-b+1$ C. $a+2b+1$ D. $2a-b-1$

Câu 19: Rút gọn biểu thức $\dfrac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$ (với $a>0$) được kết quả là:

A. a^4 B. a C. a^5 D. a^3

Câu 20: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2}{e^x}$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$. Khi đó:

A. $M=\frac{1}{e};m=0$ B. $M=e;m=0$ C. $M=e;m=\frac{1}{e}$ D. $M=e;m=1$

Câu 21: Số nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} y^2=4^x+1 \\ 2^{x+1}+y-1=0 \end{cases}$ là:

A. 2 B. 3 C. 1 D. 4

Câu 22: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin x.\cos x$ trên tập số thực là:

A. $\frac{1}{4}\cos 2x+C$ B. $-\frac{1}{4}\cos 2x+C$ C. $-\sin x.\cos x$ D. $-\frac{1}{4}\sin 2x+C$

Câu 23: Nguyên hàm $F\left(x\right)$ của hàm số $f\left(x\right)=4x^3-3x^2+2$ trên tập số thực thỏa mãn $F\left(-1\right)=3$ là:

A. x^4-x^3+2x+3 B. x^4-x^3+2x C. x^4-x^3+2x+4 D. x^4-x^3+2x-3

Câu 24: Tích phân: $\int_0^{\sqrt{3}} 3x\sqrt{x^2+1}\ dx$ bằng:

A. 3 B. 7 C. -5 D. -3

Câu 25: Tích phân: $\int_0^1\left(\left|3x-1\right|-2\left|x\right|\right)dx$ bằng:

A. $\frac{-1}{6}$ B. $\frac{7}{6}$ C. $\frac{-11}{6}$ D. 0

Câu 26: Tích phân: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x\sin x\ dx$ bằng:

A. $1-e^{\frac{\pi}{2}}$ B. $1+e^{\frac{\pi}{2}}$ C. $\frac{1}{2}\left(1+e^{\frac{\pi}{2}}\right)$ D. $2\left(1+e^{\frac{\pi}{2}}\right)$

Câu 27: Thể tích khối tròn xoay nhận được khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=3x-x^2$ và trục hoành quanh trục hoành bằng:

A. $\frac{81\pi}{10}$ (đvtt) B. $\frac{85\pi}{10}$ (đvtt) C. $\frac{41\pi}{7}$ (đvtt) D. $\frac{8\pi}{7}$ (đvtt)

Câu 28: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=1, x=e, y=0$ và $y=\dfrac{\ln x}{2\sqrt{x}}$ bằng:

A. $3-\sqrt{e}$ B. $2-\sqrt{e}$ C. $2+\sqrt{e}$ D. $\sqrt{e}-3$

Câu 29: Số nào trong các số sau là số thuần ảo:

A. $\left(\sqrt{2}+2i\right)-\left(\sqrt{2}-i\right)$ B. $\left(2016+i\right)+\left(2017-i\right)$ C. $\left(3-i\right)-\left(2-i\right)$ D. $2017i^2$

Câu 30: Số phức liên hợp của số phức $z=(1-i)(3+2i)$ là:

A. $\bar{z}=1+i$ **B.** $\bar{z}=1-i$ **C.** $\bar{z}=5-i$ **D.** $\bar{z}=5+i$

Câu 31: Để số phức $z=a+(a-1)i$ (a là số thực) có $|z|=1$ thì:

A. $a=\frac{1}{2}$ **B.** $a=\frac{3}{2}$ **C.** $a=0$ hoặc $a=1$ **D.** $|a|=1$

Câu 32: Số phức $z=(1+2i)^2(1-i)$ có mô đun là:

A. $|z|=5\sqrt{2}$ **B.** $|z|=50$ **C.** $|z|=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ **D.** $|z|=\frac{10}{3}$

Câu 33: Trên mặt phẳng tọa độ các điểm A,B,C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $\frac{4}{i-1}$; $(1-i)(1+2i)$; $-2i^3$. Khi đó tam giác ABC:

A. Vuông tại C **B.** Vuông tại A **C.** Vuông cân tại B **D.** Tam giác đều

Câu 34: Số phức z thỏa mãn $z+3\bar{z}=\left(\overline{1-2i}\right)^2$ là:

A. $-\frac{3}{4}+2i$ **B.** $2+\frac{3}{4}i$ **C.** $2-\frac{3}{4}i$ **D.** $-\frac{3}{4}-2i$

Câu 35: Diện tích hình tròn lớn của hình cầu là S. Một mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo một đường tròn có bán kính r, diện tích $\frac{1}{2}S$. Biết bán kính hình cầu là r, khi đó r bằng:

A. $\frac{R\sqrt{2}}{4}$ **B.** $\frac{R\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\frac{R\sqrt{3}}{3}$

Câu 36: Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối chóp đó bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 37: Người ta bỏ vào một chiếc hộp hình trụ ba quả bóng tennis hình cầu, biết rằng đáy hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả bóng và chiều cao của hình trụ bằng ba lần đường kính quả bóng. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số diện tích $\frac{S_1}{S_2}$ là:

A. 2 **B.** 5 **C.** 3 **D.** 1

Câu 38: Hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a,b,c thì đường chéo có độ lớn là:

A. $\sqrt{a^2+b^2-c^2}$ **B.** $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ **C.** $\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$ **D.** $\sqrt{a^2+b^2-2c^2}$

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B,SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $AB=AC=a,AD=2a$, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45^0. Góc giữa mặt phẳng (SAD) và (SCD) bằng:

A. 45^0 **B.** 30^0 **C.** 75^0 **D.** 60^0

Câu 40: Cho hình chóp tam giác đều đáy có cạnh bằng a, góc tạo bởi các mặt bên và đáy bằng 60^0. Thể tích khối chóp là:

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$ **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **D.** $V=\frac{a^3}{8}$

Câu 41: Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều cạnh $6a$. Một mặt phẳng qua đỉnh S của nón và cắt vòng tròn đáy tại hai điểm A và B. Biết số đo góc ASB bằng 30^0, diện tích tam giác SAB bằng:

A. $18a^2$ **B.** $16a^2$ **C.** $9a^2$ **D.** $10a^2$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB=a,BC=a\sqrt{2},SA=2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với SB, diện tích thiết diện cắt bởi (P) và hình chóp là:

A. $\frac{4a^2\sqrt{10}}{25}$ **B.** $\frac{4a^2\sqrt{3}}{15}$ **C.** $\frac{8a^2\sqrt{10}}{25}$ **D.** $\frac{4a^2\sqrt{6}}{15}$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba vectơ $\vec{a}(-1;1;0),\vec{b}(1;1;0),\vec{c}(1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. $\vec{a}.\vec{b}=0$ **B.** $|\vec{c}|=\sqrt{3}$ **C.** $|\vec{a}|=\sqrt{2}$ **D.** $\vec{b}.\vec{c}=0$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ mặt phẳng song song với hai đường thẳng:

$d_1:\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z}{4}$ và $d_2:\begin{cases}x=2+t\\y=3+2t\\z=1-t\end{cases}$ có vectơ pháp tuyến là:

A. $\vec{n}=(-5;6;-7)$ **B.** $\vec{n}=(5;-6;7)$ **C.** $\vec{n}=(-5;-6;7)$ **D.** $\vec{n}=(-5;6;7)$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ mặt cầu (S) tâm $I(1;2;-3)$ đi qua điểm $A(1;0;4)$ có phương trình là:

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=53$ **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=53$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=53$ **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=53$

Câu 46: Cho ba điểm $A(1;6;2),B(5;1;3),C(4;0;6),$ khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $14x+13y+9z+110=0$ **B.** $14x+13y-9z-110=0$

C. $14x-13y+9z-110=0$ **D.** $14x+13y+9z-110=0$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ vị trí tương đối của hai đường thẳng

$d_1:\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-3t\\z=5+4t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=7+3m\\y=-2+2m\\z=1-2m\end{cases}$ là:

A. Chéo nhau **B.** Cắt nhau **C.** Song song **D.** Trùng nhau

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(-2;1;0),B(-3;0;4),C(0;7;3)$. Khi đó $\cos(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC})$ bằng:

A. $\frac{14\sqrt{118}}{354}$ **B.** $-\frac{7\sqrt{118}}{177}$ **C.** $\frac{\sqrt{798}}{57}$ **D.** $-\frac{\sqrt{798}}{57}$

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ có $A(2;3;1),B(4;1;-2),C(6;3;7),$ $D(-5;-4;8)$. Độ dài đường cao kẻ từ D của tứ diện là:

A. 11 **B.** $\frac{45}{7}$ **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$ **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho bốn điểm $A(1;1;1),B(1;2;1),C(1;1;2),D(2;2;1)$. Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có tọa độ:

A. $(3;3;-3)$ **B.** $\left(\frac{3}{2};-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$ **C.** $\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$ **D.** $(3;3;3)$

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1B	2A	3A	4B	5C	6A	7C	8B	9C	10A
11C	12B	13A	14A	15C	16D	17B	18A	19C	20B
21C	22B	23A	24B	25A	26C	27A	28B	29A	30D
31C	32A	33C	34D	35C	36B	37D	38B	39D	40A
41C	42A	43D	44D	45C	46D	47A	48B	49A	50C

Câu 1: Đáp án B

Phân tích: Nhận thấy đây là dạng đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương, nên phương án A, C loại. Với B, C ta thấy. Hàm số ở phương án B có $y'=4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\\x=0\end{array}\right.$. Nhìn vào đồ thị thì ta thấy hoành độ hai điểm cực tiểu , cực đại thỏa mãn, nên chọn B.

Câu 2: Đáp án A.

Phân tích: Với bài toán này ta sẽ đi tìm $f'(x)$ rồi thế vào bất phương trình ban đầu.

Lời giải: Ta có $f'(x)=x^2+x+1$. Nhận xét $x^2+x+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$ với mọi x. Do vậy bất phương trình vô nghiệm.

Câu 3: Đáp án A.

Phân tích: Để tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số thì ta đi tìm nghiệm của phương trình $y'=0$ hoặc giá trị làm cho phương trình $y'=0$ không xác định, từ đó tìm được các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

Lời giải: Điều kiện: $x\in(0;1)$

Ta có $y'=\left(\sqrt{x-x^2}\right)'=\dfrac{-2x+1}{2\sqrt{x-x^2}}$

y' không xác định khi $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

$y'=0$ khi $x=\frac{1}{2}$. Khi đó ta có 2 khoảng cần xét đó là $\left(0;\frac{1}{2}\right);\left(\frac{1}{2};1\right)$. Nhận thấy ở đây $y'<0$ với $x\in\left(\frac{1}{2};1\right)$, do đó hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Chú ý: Với dạng toán này, để xét dấu của đạo hàm trên mỗi khoảng mà ta đã tìm ra, ta chỉ cần thử một giá trị bất kì trong khoảng đó để xét dấu của đạo hàm.

Câu 4: Đáp án B

Phân tích: Hàm số đã cho:

1. Là hàm số bậc ba có hệ số $a=1>0$.
2. Có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Do đó giống như tôi đã trình bày trong cuốn bộ đề Tinh Túy 2017 thì để hàm số bậc ba có các điều kiện trên đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì phương trình $y'=0$ có nghiệm kép hoặc vô nghiệm.

Lời giải: Ta xét phương trình $y'=0\Leftrightarrow 3x^2+6x+m=0$.

Để phương trình trên vô nghiệm hoặc có nghiệm kép thì $\Delta'=3^2-3m\le 0$ $\Leftrightarrow m\ge 3$

Ghi nhớ: đồ thị hàm số bậc ba hoặc là có hai điểm cực trị, hoặc là không có điểm cực trị. Không có TH có một điểm cực trị

Câu 5: Đáp án C

Phân tích: Ta nhận thấy đây là một bài toán sử dụng mẹo nhớ khá là nhanh đó là: Đồ thị hàm số bậc ba hoặc là có 2 điểm cực trị, hoặc là không có điểm cực trị nào. Do vậy ở đây, để hàm số đã cho có một cực trị thì hàm số đã cho thỏa mãn điều kiện không là hàm bậc ba, tức là $m=0$. Khi $m=0$ thì hàm số đã cho trở thành hàm số bậc hai, mà đồ thị hàm số bậc hai là parabol luôn có một điểm cực trị.

Câu 6: Đáp án A

Phân tích: Ta thấy hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x=x_o$ là $f'(x_o)$. Ta có $f'(x_o)=3x_o^2-6x_o=3(x_o-1)^2-3\geq -3$ với mọi x_o. Do đó hệ số góc tiếp tuyến nhỏ nhất là -3 khi $x_0=1$. Khi đó phương trình tiếp tuyến là $y=-3x+3$

Câu 7: Đáp án C.

Phân tích: Ta thấy đây là bài toán có thể cô lập m sang VP, do đó ta sẽ làm theo cách vẽ BTT từ đó kết luận số nghiệm của phương trình.

Lời giải: phương trình đã cho tương đương với:

$-x^4+4x^2-3=m$. Đặt $f(x)=-x^4+4x^2-3$ có

$f'(x)=-4x^3+8x=4x(-x^2+2)$

Phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\sqrt{2} \\ x=\sqrt{2} \end{array}\right.$. Khi đó từ BBT ta có:

Mẹo: Ở đây ta có một mẹo nhanh để không cần vẽ BBT đó là;
Với đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương có hai điểm cực trị:
1.Với hệ số $a<0$ thì có dạng chữ **M** (chỉ là mẹo).
2.Với hệ số $a>0$ thì có dạng chữ **W.**
Trong sách bộ đề tinh túy toán 2017 tôi đã trình bày.

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$		↗	1	↘	-3	↗	1	↘	

Nhìn vào BBT ta thấy để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt thì $-3<m<1$

Câu 8: Đáp án B

Phân tích: Với bài toán dạng này ta sẽ chia tử số cho mẫu số, giống như bài toán giải phương trình nghiệm nguyên mà ta đã học ở cấp 2.

Lời giải: Ta có $y=\dfrac{x+3}{x+2}=1+\dfrac{1}{x+2}$. Để y là số nguyên thì $x+2$ là ước của 1. Tức là $x+2=\pm 1 \Leftrightarrow x=-1; x=-3$. Vậy có hai điểm có tọa độ là các số nguyên trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+2}$.

Câu 9: Đáp án C

Lời giải: $y'=4x^3+2x=2x(2x^2+1)$. Phương trình $y'=0$ có nghiệm duy nhất $x=0$. Do đó chọn C.

Câu 10: Đáp án A.

Phân tích: Đây là dạng toán tìm điểm cố định của đồ thị hàm số cho trước có tham số. Với dạng toán này ta có các bước làm như đã note ở bên.

Lời giải: ta có $y=x^4+mx^2-m-1 \Leftrightarrow m\left(x^2-1\right)+x^4-y-1=0$. Điểm mà cố định của họ $\left(C_m\right)$ thỏa mãn $\begin{cases}x^2-1=0\\x^4-y-1=0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1; y=0\\x=-1; y=0\end{array}\right.$.

Ghi nhớ: các bước tìm điểm cố định của đồ thị hàm số chứa tham số:
1. Chuyển y sang VP.
2. Gộp các hạng tử có tham số và đặt tham số chung ra ngoài.
3. Cho các biểu thức trong ngoặc sau khi đặt tham số ra bằng 0.

Câu 11: Đáp án C

Ta có $y=\dfrac{x+2}{x+1}=1+\dfrac{1}{x+1}, \forall x\neq 1; y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}$.

Ta thấy $I(-1;1)$ là giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số. Phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm $\left(x_0;1+\dfrac{1}{x_o+1}\right)$ là:

$$y=\frac{-1}{\left(x_0+1\right)^2}\left(x-x_0\right)+1+\frac{1}{x_0+1} \qquad (d)$$

Khoảng cách từ I đến (d) là:

$$d\left(I;(a)\right)=\frac{\left|\dfrac{-1}{\left(x_0+1\right)^2}\left(-1-x_o\right)-1+1+\dfrac{1}{x_0+1}\right|}{\sqrt{1+\dfrac{1}{\left(x_0+1\right)^4}}}=\frac{\left|\dfrac{2}{x_0+1}\right|}{\sqrt{1+\dfrac{1}{\left(x_0+1\right)^4}}}$$

$$=\frac{2\left|x_0+1\right|}{\sqrt{\left(x_0+1\right)^4+1}}\leq\frac{2\left|x_0+1\right|}{\sqrt{2\sqrt{\left(x_0+1\right)^4}}}=\sqrt{2}$$ (Áp dụng bất đẳng thức Cauchy).

Ghi nhớ: Với bài toán dạng liên quan đến khoảng cách, ta nên tách hàm số phân thức (tức là lấy tử số chia mẫu số) như bài làm bên để khi thay vào công thức khoảng cách sẽ rút ngắn thời gian rút gọn.

Ví dụ: $\dfrac{x+2}{x+1}=1+\dfrac{1}{x+1}$

Câu 12: Đáp án B

Lời giải: $A=4^{\log_2 3}=\left(2^{\log_2 3}\right)^2=3^2=9$

Ghi nhớ: Công thức áp dụng: $a^{\log_a b}=b$

Câu 13: Đáp án A.

Lời giải: Ta có $y'=\left(2^x.3^x\right)'=\left(6^x\right)'=6^x.\ln 6$

Ghi nhớ:
$a^x.b^x=(ab)^x$;
$\left(a^x\right)'=a^x.\ln a$

Câu 14: Đáp án A

Phân tích: Ở đây câu nói đạo hàm hàm số triệt tiêu tức là giá trị để cho đạo hàm hàm số bằng 0. Tức là ta đi tìm nghiệm của phương trình $f'(x)=0$

Lời giải: Ta có $f'(x)=\left(e^x\left(3-x^2\right)\right)'=e^x.\left(3-x^2\right)-2x.e^x=e^x\left(-x^2-2x+3\right)$

$f'(x)=0\Leftrightarrow -x^2-2x+3=0$ (Do $e^x>0$) $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$

Câu 15: Đáp án C.

Lời giải: Điều kiện: $x>\dfrac{2}{3}$

$pt\Leftrightarrow 3x-2=3^3 \Leftrightarrow x=\dfrac{29}{3}$ (thỏa mãn)

Câu 16: Đáp án D.

Lời giải: Điều kiện để hàm số xác định là $-x^2+5x-6>0 \Leftrightarrow 2<x<3$

Câu 17: Đáp án B

Phân tích: Với bài toán dạng này ta giải bất phương trình. Nhận thấy đây là dạng bất phương trình mũ thường gặp, do hạng tử $32.4^x=32.\left(2^x\right)^2$. Do vậy ta sẽ giải bài toán như sau:

Lời giải: BPT $\Leftrightarrow 32.\left(2^x\right)^2 - 18.2^x + 1 < 0 \Leftrightarrow \left(2.2^x - 1\right)\left(16.2^x - 1\right) < 0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{16} < 2^x < \frac{1}{2} \Leftrightarrow -4 < x < -1$

Nhận thấy ở đây $\left(-4;-1\right)$ là tập con của tập $\left(-4;0\right)$ do đó chọn B.

Câu 18: Đáp án A

Phân tích: Với bài toán dạng này, ta thường phân tích 1350 ra dạng thừa số nguyên tố, từ đó đưa về các số đã cho trước.

Lời giải:

Ta có

$\log_{30} 1350 = \log_{30}\left(2.3^3.5^2\right) = \log_{30}\left(2.3.5\right) + \log_{30}\left(3^2.5\right)$

$= 1 + 2\log_{30} 3 + \log_{30} 5 = 2a + b + 1$

Ghi nhớ:
Công thức áp dụng:
$\log_a x + \log_a y = \log_a xy$

Câu 19: Đáp án C.

Lời giải: ta có $\frac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}} = \frac{a^{\sqrt{3}+1+2-\sqrt{3}}}{a^{\left(\sqrt{2}-2\right)\left(\sqrt{2}+2\right)}} = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5$

Câu 20: Đáp án B.

Phân tích: Nếu không xác định được hàm số đã cho liên tục và đơn điệu trên đoạn đó thì ta nên làm từng bước một.

Lời giải: Ta có $y' = \frac{2x.e^x - e^x.x^2}{e^{2x}} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Nhận thấy 0 thuộc đoạn đang xét nên ta sẽ xét các giá trị $y\left(-1\right); y\left(0\right); y\left(1\right)$.

Ta có $M = Max\left\{y\left(-1\right); y\left(0\right); y\left(1\right)\right\} = e$; $m = Min\left\{y\left(-1\right); y\left(0\right); y\left(1\right)\right\} = 0$

Ghi nhớ: Hàm số luôn đơn điệu trên một đoạn cho trước thì đạt GTLN, GTNN tại các điểm đầu mút. Nếu gặp các hàm số dạng này, ta bỏ qua bước tìm đạo hàm và kết luận luôn GTLN, GTNN.

Câu 21: Đáp án C.

Phân tích: Nhận thấy khi nhìn vào hệ phương trình ta thấy khá khó, tuy nhiên ở phương trình thứ hai của hệ ta có thể chuyển biến y theo x, từ đó thay vào phương trình thứ nhất ta được một phương trình mũ, bài toán trở thành tìm số nghiệm của phương trình mũ.

Lời giải: Ta có phương trình $\left(2\right) \Leftrightarrow y = 1 - 2^{x+1}$. Thay vào phương trình thứ nhất ta được:

$\left(1 - 2^{x+1}\right)^2 = 4^x + 1 \Leftrightarrow 2^{2x+2} - 2.2^{x+1} = 4^x \Leftrightarrow 4.2^{2x} - 2^{2x} - 4.2^x = 0$

$\Leftrightarrow 3.2^{2x} - 4.2^x = 0$. Phương trình sau khi biến đổi có duy nhất một nghiệm, do đó ta chọn C.

Câu 22: Đáp án B

Phân tích: Ta thấy $\sin x.\cos x = \frac{1}{2}\sin 2x$ do vậy, ta có lời giải sau:

Lời giải:

$\int \sin x \cos x dx = \frac{1}{2}\int \sin 2x dx = \frac{1}{4}.\int 2.\sin 2x dx = \int \frac{1}{4}\sin 2x d\left(2x\right) = -\frac{1}{4}\cos 2x + C$.

Câu 23: Đáp án A

Phân tích: Do họ các nguyên hàm của hàm số sau khi tìm ra có hằng số C. Đề bài cho giá trị $F\left(-1\right) = 3$ để tìm C, từ đó xác định một nguyên hàm cần tìm.

Lời giải: Ta có $F\left(x\right) = \int f\left(x\right)dx = \int\left(4x^3 - 3x^2 + 2\right)dx = x^4 - x^3 + 2x + C$.

Mà $F(-1)=3$ do đó $(-1)^4-(-1)^3+2.(-1)+C=3 \Leftrightarrow C=3$

Câu 24: Đáp án B.

Với bài toán này ta có thể bấm máy tính ra kết quả là B. Tuy nhiên tôi xin trình bày lời giải như sau:

Với bài toán này, ta có thể sử dụng phương pháp đổi biến bằng cách đặt $t=\sqrt{x^2+1}$.

Lời giải: Đặt $t=\sqrt{x^2+1} \Leftrightarrow t^2=x^2+1 \Rightarrow 2tdt=2xdx \Leftrightarrow xdx=tdt$.

Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=1; x=\sqrt{3} \Rightarrow t=2$. Khi đó $I=\int_1^2 3t.tdt=3\int_1^2 t^2dt=t^3\Big|_1^2=7$.

Ghi nhớ: Với bài toán tích phân chứa căn dạng như bài toán bên, ta thường đặt căn thức thành một biến mới, từ đó đổi cận và tính toán dễ dàng hơn.

Câu 25: Đáp án A

Phân tích: Đây là dạng bài toán chứa trị tuyệt đối, do đó ta chia khoảng để bỏ dấu trị tuyệt đối từ đó tính tích phân:

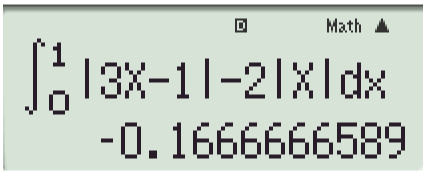
Lời giải: Ta có

$$\int_0^1 \left(|3x-1|-2|x|\right)dx=\int_0^{\frac{1}{3}}(1-5x)dx+\int_{\frac{1}{3}}^1 (x-1)dx=\left(x-\frac{5}{2}x^2\right)\Bigg|_0^{\frac{1}{3}}+\left(\frac{1}{2}x^2-x\right)\Bigg|_{\frac{1}{3}}^1$$

$$=\frac{1}{18}-\frac{2}{9}=-\frac{1}{6}.$$

Trên đây là cách làm diễn giải, tuy nhiên quý độc giả có thể sử dụng máy tính, và biểu thị của dấu giá trị tuyệt đối trên máy tính là nút Abs màu vàng hay chính là nút 

Quý độc giả chọn nút trị tuyệt đối bằng cách ấn $\boxed{\text{SHIFT}}+\boxed{\text{hyp}}$ từ đó màn hình sẽ hiện như sau:



Giải thích: Nút giá trị tuyệt đối kí hiệu là **Abs** vì trong tiếng anh: **Absolute value:** giá trị tuyệt đối.

Câu 26: Đáp án C

Đây là dạng toán tích phân từng phần, do đó đặt $\begin{cases}\sin x=u \Rightarrow du=\cos xdx \\ e^x dx=vdv \Rightarrow v=e^x\end{cases}$.

Khi đó $I=\sin x.e^x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x.\cos xdx=e^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x\cos xdx$

Tiếp tục đặt $\begin{cases}\cos x=u \Rightarrow du=-\sin xdx \\ e^x dx=vdu \Rightarrow v=e^x\end{cases}$. Khi đó

$$I=e^{\frac{\pi}{2}}-\left(e^x.\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x(-\sin x)dx\right)=e^{\frac{\pi}{2}}+1-I \Leftrightarrow I=\frac{1}{2}\left(e^{\frac{\pi}{2}}+1\right).$$

Ghi nhớ: Với bài toán tích phân dạng có cả hàm e^x và sinx hoặc cosx thì ta đặt u, v bất kì, sau đó đặt tiếp lần thứ hai, sau đó thế I sẽ tìm được tích phân ban đầu.

Câu 27: Đáp án A.

Lời giải: Xét phương trình $3x-x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0 \\ x=3\end{array}\right.$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm được tính bằng công thức $V=\pi\int_0^3\left(3x-x^2\right)^2dx$

$=\pi\int_0^3\left(x^4-6x^3+9x^2\right)dx\ =\pi\left(\frac{1}{5}x^5-\frac{3}{2}x^4+3x^3\right)\Big|_0^3=\frac{81}{10}\pi$.

Câu 28: Đáp án B

Phân tích: Xét phương trình hoành độ giao điểm ta có

$\frac{\ln x}{2\sqrt{x}}=0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ \ln x=0\end{cases}\Leftrightarrow x=1$. Khi đó diện tích hình phẳng cần tìm được tính bằng công thức:

$S=\int_1^e\left|\frac{\ln x}{2\sqrt{x}}\right|dx$. Nhận thấy với $x\in[1;e]$ thì $\frac{\ln x}{2\sqrt{x}}\geq 0$. Do vậy $S=\int_1^e\frac{\ln x}{2\sqrt{x}}dx$

Nhận thấy đây là dạng tích phân từng phần, do đó ta đặt

$\begin{cases}u=\ln x\Rightarrow du=\frac{1}{x}dx\\ \frac{1}{2\sqrt{x}}dx=vdv\Rightarrow v=\sqrt{x}\end{cases}$

Ghi nhớ: Với bài toán tích phân từng phần ta thường đặt u=lnx, và biểu thức còn lại là $f(x)dx=vdv$

Khi đó $S=\sqrt{x}.\ln x\Big|_1^e-\int_1^e\sqrt{x}.\frac{1}{x}dx\ =\sqrt{e}-\int_1^e x^{-\frac{1}{2}}dx=\sqrt{e}-2.x^{\frac{1}{2}}\Big|_1^e\ =\sqrt{e}-2.\sqrt{e}+2$

$=2-\sqrt{e}$.

Câu 29: Đáp án A

Lời giải:

Phương án A: $\left(\sqrt{2}+2i\right)-\left(\sqrt{2}-i\right)=3i$. Đây là số thuần ảo, chọn A mà không cần xét các phương án còn lại.

Câu 30: Đáp án D

Lời giải: $z=(1-i)(3+2i)=3+2i-3i-2i^2=3+2-i=5-i$. Do đó số phức liên hợp của z là $\bar{z}=5+i$.

Câu 31: Đáp án C

Lời giải: Ta có

$|z|=1\Leftrightarrow|a+(a-1)i|=1\Leftrightarrow a^2+(a-1)^2=1\Leftrightarrow 2a^2-2a=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\ a=1\end{array}\right.$

Câu 32: Đáp án A

Lời giải: Ta có

$z=(1+2i)^2(1-i)=\left(4i^2+4i+1\right)(1-i)$

$=(-4+1+4i)(1-i)=(-3+4i)(1-i)=1+7i$. Khi đó, mô đun của z là

$|z|=\sqrt{1^2+7^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$.

Câu 33: Đáp án C

Ta áp dụng tính chất sau: Điểm biểu diễn số phức $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$ trong hệ tọa độ Oxy là $M(x,y)$.

Mặt khác $\frac{4}{i-1}=-2-2i$; $(1-i)(1+2i)=3+i$; $-2i^3=2i$

Do đó ta lần lượt tìm được tọa độ các điểm A, B, C là: $A(-2;-2); B(3;1); C(0;2)$

Khi đó ta có $AB=10; AC=2\sqrt{5}; BC=10$ và $AB^2+BC^2=AC^2$ do đó tam giác ABC vuông cân tại B.

Câu 34: Đáp án D.

<u>Lời giải</u>: Với bài toán có cả z cả $\bar{z}$ ta thường đặt $z=x+yi, (x,y\in\mathbb{R})$.

Khi đó phương trình đề bài cho trở thành:

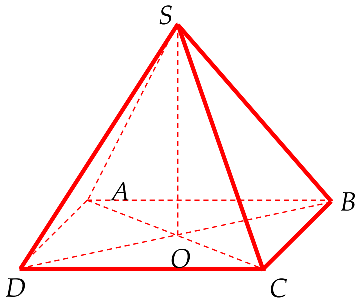
$$x+yi+3(x-yi)=(1+2i)^2 \Leftrightarrow 4x-2yi=-3+4i \Rightarrow \begin{cases}4x=-3\\-2y=4\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=\dfrac{-3}{4}\\y=-2\end{cases}.$$

Câu 35: Đáp án C.

<u>Phân tích</u>: Ở đây đề bài thiếu quy ước R là bán kính của hình tròn lớn. Ta có $\pi R^2=S$; và $\pi r^2=\frac{S}{2}$, khi đó $\frac{r^2}{R^2}=\frac{1}{2}\Rightarrow r=\frac{R\sqrt{2}}{2}$

Câu 36: Đáp án B

Ta có hình vẽ với các kí hiệu như hình bên:



Nhận thấy đây là hình chóp tứ giác đều nên, SO là đường cao của khối chóp. Khi đó, để tính khối chóp, ta đi tìm độ dài SO. Mặt khác ta có tam giác SOA vuông tại O có $OA=\frac{a}{\sqrt{2}}$ (do tam giác AOD vuông cân tại O).

Vậy $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{2}}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Giải thích: Hình chóp tứ giác đều có đường cao là đường nối đỉnh của hình chóp với tâm của đa giác đáy.

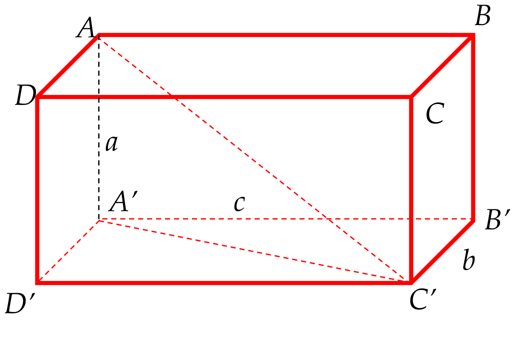
Câu 37: Đáp án D

Tổng diện tích xung quanh của ba quả bóng là $S_1=3.4\pi R^2$ (với R là bán kính của khối cầu).

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_2=(2\pi R).3.2R=12\pi R^2$. Từ đây suy ra $\frac{S_1}{S_2}=1$.

Câu 38: Đáp án B

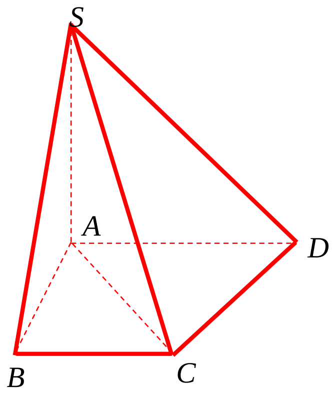
<u>Bài toán tổng quát:</u>



Ghi nhớ công thức: Hình hộp chữ nhật có 3 kích thước lần lượt là a, b, c thì độ dài đường chéo là $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

Ta có tam giác $A'B'C'$ vuông tại B' nên $A'C' = \sqrt{A'B'^2 + B'C'^2} = \sqrt{b^2 + c^2}$. Tương tự với tam giác $A'AC$ vuông tại A' nên $AC' = \sqrt{A'A^2 + A'C'^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 39: Đáp án D



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SC,(ABCD)) = SCA = 45°$

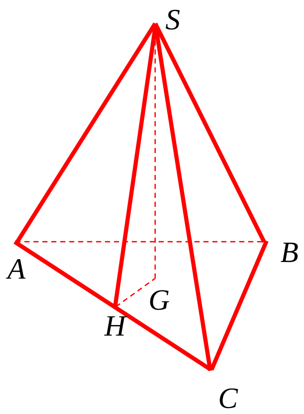
Gọi I là trung điểm của cạnh AD, ta có $CI \perp AD, CI \perp SA \Rightarrow CI \perp SD$.

Kẻ $CJ \perp SD \Rightarrow JI \perp SD \Rightarrow$ góc giữa mặt phẳng (SAD) và (SCD) chính là $CJI = \alpha$.

Tam giác ABC vuông cân tại B $\Rightarrow$ $AC = a\sqrt{2}$. Tam giác vuông SAC có $SCA = 45°$, do đó $SA = AC = a\sqrt{2}$. Lại có tam giác DAS đồng dạng với tam giác DJI, từ đó ta có $JI = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$. Tam giác vuông JIC có

$CI = a; JI = \dfrac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{CI}{JI} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60°$.

Câu 40: Đáp án A.

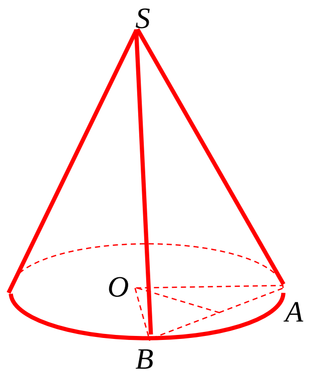


Kí hiệu như hình vẽ: Với H là trung điểm của AC, G là trọng tâm của tam giác đều ABC. Khi đó $((SAC),(ABC)) = 60° = SHG$

Ta có từ khái niệm về hình chóp tứ giác đều tôi đã đưa ra ở phần note phía trên, ta có đường cao của khối chóp tam giác đều chính là đoạn thẳng nối đỉnh của khối chóp xuống tâm của tam giác đều (tâm G).

Ta có $GH = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. Do AG là đường cao của khối chóp nên tam giác SGH vuông tại G. Suy ra $SG = GH.\tan 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}.\sqrt{3} = \dfrac{a}{2}$. Khi đó thể tích của khối chóp là $V = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Câu 41: Đáp án C



Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều cạnh $6a$, nên hình nón có đường sinh $SA = SB = l = 6a$ và có bán kính đáy là $R = 3a$.

Ta có hình vẽ bên:

Diện tích tam giác SAB bằng $S = \dfrac{1}{2}.SA.SB.\sin 30° = \dfrac{1}{2}.6a.6a.\dfrac{1}{2} = 9a^2$.

Câu 42: Đáp án A.

Ta có $BC \perp AB; BC \perp SA \Rightarrow BC \perp SB$. Hạ $AM \perp SB$; kẻ $MN \parallel BC\,(N \in SC)$ $\Rightarrow MN \perp SB \Rightarrow (AMN) \perp SB$;

$MN \perp AM$. Tính diện tích thiết diện AMN là tam giác vuông.

Từ tam giác vuông SAB ta tính được $AM = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}; SM = \dfrac{4a}{\sqrt{5}}; SB = a\sqrt{5}$. Tam giác SBC có $MN \parallel BC$, suy ra $MN = \dfrac{4a\sqrt{2}}{5} \Rightarrow$ $S_{AMN} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{4a\sqrt{2}}{5}.\dfrac{2a}{\sqrt{5}} = \dfrac{4a^2\sqrt{10}}{25}$

Câu 43: Đáp án D

Với phương án A: Ta có $\vec{a}.\vec{b} = -1.1 + 1.1 + 0.0 = 0$. Vậy A đúng.

Với phương án B: ta có $|\vec{c}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$. Vậy B đúng.

Với phương án C: Ta có $\|\vec{a}\| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$. Vậy C đúng. Chọn D

Câu 44: Đáp án D.

Do mặt phẳng cần tìm song song với hai đường thẳng cho trước nên vtpt của mặt phẳng cần tìm vuông góc với vtcp của hai đường thẳng đã cho, do đó $\vec{n}=\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right]=\left(-5;6;7\right)$.

Đọc thêm: Cách bấm máy tính tôi đã giới thiệu trong bộ đề tinh túy 2017.

Câu 45: Đáp án C

Nhìn vào đáp án ta thấy tất cả VP đều bằng 53, do đó dữ kiện A là thừa, vì mình không cần tìm bán kính. Do vậy chọn C.

Câu 46: Đáp án D

Bài toán quen thuộc của phần bài tập $Oxyz$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(4;-5;1\right),\overrightarrow{AC}=\left(3;-6;4\right)$. Vậy vtpt của mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là

$$\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(-14;-13;-9\right)=-1\left(14;13;9\right).$$

Mặt phẳng $\left(ABC\right):14\left(x-1\right)+13\left(y-6\right)+9\left(z-2\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(ABC\right):14x+13y+9z-110=0$

Câu 47: Đáp án A

Ta nhận thấy hệ phương trình $\begin{cases}1+2t=7+3m\\-2-3t=-2+2m\\5+4t=1-2m\end{cases}$ vô nghiệm.

Do đó ta chọn A.

Câu 48: Đáp án B

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(-1;-1;4\right),\overrightarrow{BC}=\left(3;7;-1\right)$

$$\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{BC}\right|}=\frac{-1.3+\left(-1\right).7+4.\left(-1\right)}{\sqrt{\left(-1\right)^2+\left(-1\right)^2+4^2}.\sqrt{3^2+7^2+\left(-1\right)^2}}=-\frac{7\sqrt{118}}{177}$$

Ghi nhớ: Công thức cosin giữa hai vecto ở tử số không có trị tuyệt đối.

Câu 49: Đáp án A

Thực chất đây là bài toán tìm khoảng cách một điểm đến một mặt phẳng. Trước tiên ta tìm phương trình $\left(ABC\right)$. Sau đó áp dụng công thức khoảng cách tính khoảng cách từ D đến mặt phẳng $\left(ABC\right)$hay chính là độ dài đường cao của tứ diện.

Lời giải: Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(2;-2;-3\right),\overrightarrow{AC}=\left(4;0;6\right)$.

Tương tự như bài 46 ta có $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(-12;-24;8\right)=4\left(-3;-6;2\right)$.

Khi đó phương trình $\left(ABC\right)$ là $-3x-6y+2z+22=0$.

Khi đó $h=d\left(D,\left(ABC\right)\right)=\dfrac{\left|-3.\left(-5\right)-6.\left(-4\right)+2.8+22\right|}{\sqrt{\left(-3\right)^2+\left(-6\right)^2+2^2}}=11$.

Câu 50: Đáp án C.

Gọi $I\left(x,y,z\right)$, R lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Ta có $IA=IB=IC=ID=R$. Ta được hệ phương trình: từ $IA=IB$ ta được $\left(1-x\right)^2+\left(1-y\right)^2+\left(1-z\right)^2=\left(1-x\right)^2+\left(2-y\right)^2+\left(1-z\right)^2$

$\Leftrightarrow y=\dfrac{3}{2}$. Từ đó tìm được $x=z=\dfrac{3}{2}$

Đừng bao giờ phán xét người khác

Một bác sĩ bước rất vội vào bệnh viện sau khi anh ấy nhận cuộc gọi về một ca phẫu thuật khẩn cấp. Người bác sĩ thay trang phục rất nhanh rồi đi thẳng vào khu phẫu thuật.

Anh ấy nhìn thấy cha cậu bé đang bồn chồn ở khu vực chờ của bác sĩ. Ngay khi nhìn thấy anh , người cha hét lên: "Sao giờ này ông mới đến? Có biết là mạng sống con trai tôi đang rất nguy hiểm hay không? Ông không có bất kỳ ý thức trách nhiệm nào hay sao!?"

Vị bác sĩ mỉm cười rồi đáp lại: "Tôi xin lỗi, tôi không có mặt ở trong bệnh viện nhưng tôi đã đến nhanh hết mức có thể sau khi nhận được cuộc gọi từ đồng nghiệp, còn giờ anh hãy bình tĩnh để tôi có thể làm công việc của mình." "Bình tĩnh ư!? Nếu bây giờ người nằm trong phòng đó là con trai ông thì liệu ông có bình tĩnh được không? Nếu con trai ông chết trong khi đợi bác sĩ tới thì ông sẽ định làm gì đây?", người cha nói trong sự giận giữ tột độ.

Vị bác sĩ mỉm cười một lần nữa rồi đáp lại, "Thề có Chúa, chúng tôi sẽ cố gắng hết sức, anh cũng nên cầu nguyện cho cuộc sống của con trai mình thì hơn." "Đưa ra lời khuyên với những chuyện chả liên quan gì tới mình bao giờ chả dễ dàng", người cha thì thầm.

Cuộc phẫu thuật mất vài giờ đồng hồ sau đó, bác sĩ ra khỏi phòng phẩu thuật trong niềm hạnh phúc : "Cảm tạ Chúa!, con trai anh được cứu rồi!" Và không chờ câu trả lời từ người cha, "Nếu ông muốn hỏi điều gì, hãy hỏi y tá!", nói rồi vị bác sĩ tiến thẳng và rời khỏi bệnh viện. "Sao ông ta lại cao ngạo đến thế chứ? Ông ta không thèm dành vài phút để tôi hỏi về hiện trạng của con trai mình nữa chứ" Người cha nói với cô y tá sau vài phút vị bác sĩ rời khỏi bệnh viện.

Cô y tá trả lời với hàng nước mắt tuôn trào trên khuôn mặt cô: "Con ông ấy đã qua đời trong một vụ tai nạn giao thông ngày hôm qua, ông ấy đang mai táng thì chúng tôi đã gọi ông đến để phẫu thuật cho con trai anh. Và bây giờ sau khi cứu sống con trai của anh, ông lại quay về để lo hậu sự cho con trai yêu quý của mình."

Đừng bao giờ phán xét bất kì ai.....bởi bạn không bao giờ biết cuộc sống của họ như thế nào và những gì họ đang trải qua...

(Nguồn: Sưu tầm)

ĐỀ SỐ 4

TOÁN HỌC TUỔI TRẺ LẦN 5

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017

Môn: Toán

***Thời gian làm bài:* 90 phút**

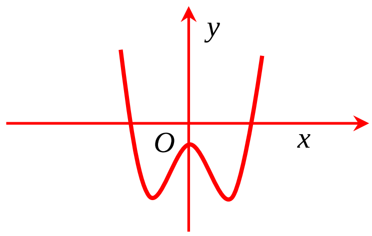
Câu 1: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của a,b,c.

A. $a>0,b>0,c<0$

B. $a>0,b<0,c>0$

C. $a>0,b<0,c<0$

D. $a<0,b<0,c<0$



Câu 2: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$ là hàm lẻ trên $\mathbb{R}$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $b=0$ **B.** $d=0$ **C.** $b=d=0$ **D.** $b^2-4ac\geq 0$

Câu 3: Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+3$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là y_1,y_2. Khi đó:

A. $2y_1-y_2=5$ **B.** $y_1+3y_2=15$ **C.** $y_2-y_1=2\sqrt{3}$ **D.** $y_1+y_2=12$

Câu 4: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)$	5	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	2

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Phương trình $f\left(x\right)-4=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

B. Trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 và giá trị nhỏ nhất bằng 2

C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y=2,y=5$ và một tiệm cận đứng $x=-1$

D. Cả A và C đều đúng

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{2x+1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng và đầy đủ nhất?

A. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $A\left(0;-2\right)$ và cắt trục hoành tại điểm $B\left(2;0\right)$

B. Không có tiếp tuyến nào của đồ thị hàm số đi qua điểm $I\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$

C. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$, $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$

D. Cả A, B, C đều đúng

Câu 6: Cho hàm số $f\left(x\right)=x^4-2x^2-1$. Kí hiệu $M=\max\limits_{x\in[0;2]}f\left(x\right)$, $m=\min\limits_{x\in[0;2]}f\left(x\right)$. Khi đó $M-m$ bằng:

A. 7 **B.** 9 **C.** 5 **D.** Đáp số khác

Câu 7: Với giá trị nào của m thì đường cong $\left(C\right):y=x^3+3x^2+1$ cắt đường thẳng $\left(d\right):y=5^m$ tại ba điểm phân biệt?

A. $1<m<5$

B. $0<m<1$

C. $0<m<5$

D. Không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu của đề bài

Câu 8: Tìm m để mỗi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-mx^2-2mx+2017$ đều là đồ thị của hàm số bậc nhất đồng biến.

A. $-6\le m\le 0$ B. $-24<m<0$ C. $-\frac{3}{2}<m<0$ D. $-6<m<0$

Câu 9: Tìm m để đồ thị $(H): y=\frac{(m+1)x-2m+1}{x-1}$ không có tiệm cận đứng.

A. $m=2$ B. $m=1$ C. $m=-1$ D. $m=\frac{1}{2}$

Câu 10: Cho hình nón tròn xoay (N) có đỉnh S và đáy là hình tròn tâm O bán kính r nằm trên mặt phẳng (P), đường cao $SO=h$. Điểm O' thay đổi trên đoạn SO sao cho $SO'=x$ $(0<x<h)$. Hình trụ tròn xoay (T) có đáy thứ nhất là hình tròn tâm O bán kính r' $(0<r'<r)$ nằm trên mặt phẳng (P), đáy thứ hai là hình tròn tâm O' bán kính r' nằm trên mặt phẳng (Q), (Q) vuông góc với SO tại O' (đường tròn đáy thứ hai của (T) là giao tuyến của (Q) với mặt xung quanh của (N)). Hãy xác định giá trị của x để thể tích phần không gian nằm phía trong (N) nhưng phía ngoài của (T) đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $x=\frac{1}{2}h$ B. $x=\frac{1}{3}h$ C. $x=\frac{2}{3}h$ D. $x=\frac{1}{4}h$

Câu 11: Với giá trị nào của m thì hàm số $f(x)=\frac{2x^2+3x+m+1}{x+1}$ đồng biến trên tập xác định.

A. $m\le 0$ B. $m<0$ C. $m=0$ D. $m=-1$

Câu 12: Cho $9^x+9^{-x}=23$. Tính 3^x+3^{-x}.

A. 5 B. ± 5 C. 3 D. 6

Câu 13: Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây.

A. Nếu ba số thực x,y,z có tổng không đổi thì $2016^x, 2016^y, 2016^z$ có tích không đổi

B. Nếu ba số thực x,y,z theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số nhân thì $\log x, \log y, \log z$ theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng

C. Đạo hàm của hàm số $y=\ln|2x-1|$ trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ là $y'=\frac{2}{2x-1}$

D. Mỗi hàm số $y=a^x, y=\log_a x$ đồng biến trên tập xác định khi $a>1$ và nghịch biến trên tập xác định khi $0<a<1$ (a là hằng số)

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{e^x-e^{10}}}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{10\}$ B. $[10;+\infty)$ C. $(\ln 10;+\infty)$ D. $(10;+\infty)$

Câu 15: Điều nào sau đây đủ để suy ra $\sqrt[6]{a}=\sqrt{b}$?

A. $3=\log_b a$ B. $b=\sqrt[3]{a}$ C. $a^2=b^6$ D. $\sqrt[6]{\frac{a}{b^3}}=1$

Câu 16: Điều nào sau đây không đủ để suy ra $\log_2 x+\log_2 y=10$?

A. $y=2^{10-\log_2 x}$ B. $\log_2(xy)=10$ C. $\log_2 x^3+\log_2 y^3=30$ D. $x=2^{10-\log_2 y}$

Câu 17: Hàm số nào sau đây có đạo hàm là: $y'=3^x\ln 3+7x^6$?

A. $y=3^x+x^7$ B. $y=3^x+7^x$ C. $y=x^3+x^7$ D. $y=x^3+7^x$

Câu 18: Phương trình $\log_2 x+\log_4 x+\log_6 x+\log_8 x=\log_3 x+\log_5 x+\log_7 x+\log_9 x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2 B. 4 C. 3 D. 1

Câu 19: Cho $a=\log_{30}3, b=\log_{30}5$. Biểu diễn $\log_{30}1350$ theo a và b.

A. $a+2b+1$ **B.** $2(a+b)$ **C.** $2a+b+1$ **D.** Kết quả khác

Câu 20: Giải phương trình $3^x.2^{x^2}=1$. Lời giải sau đây sai bắt đầu từ bước nào?

Bước 1: Biến đổi $3^x.2^{x^2}=1 \Leftrightarrow 3^x\left(2^x\right)^x=1$

Bước 2: Biến đổi $3^x.\left(2^x\right)^x=1 \Leftrightarrow \left(3.2^x\right)^x=1$

Bước 3: Biến đổi $\left(3.2^x\right)^x=1 \Leftrightarrow \left(3.2^x\right)^x=\left(3.2^x\right)^0$

Bước 4: Biến đổi $\left(3.2^x\right)^x=\left(3.2^x\right)^0 \Leftrightarrow x=0$

Bước 5: Kết luận: Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=0$

A. Bước 2 **B.** Bước 3 **C.** Cả 5 bước đều đúng **D.** Bước 4

Câu 21: Các loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị cacbon). Khi một bộ phận của cây đó bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng sẽ ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phạn đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, chuyển hóa thành nitơ 14. Gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được cho bởi công thức: $P(t)=100.(0,5)^{\frac{t}{5750}}(\%)$. Phân tích một mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong gỗ là 65,21(%). Hãy xác định niên đại của công trình kiến trúc đó.

A. 3574 năm **B.** 3754 năm **C.** 3475 năm **D.** 3547 năm

Câu 22: Cho các hàm $f(x), g(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó:

A. $\int\limits_a^b f(x)g'(x)dx=\left(f(x)g(x)\right)\Big|_a^b-\int\limits_a^b f'(x)g(x)dx$

B. $\int\limits_a^b f(x)g'(x)dx=\left(f(x)g(x)\right)\Big|_a^b+\int\limits_a^b f'(x)g(x)dx$

C. $\int\limits_a^b f(x)g(x)dx=\left(f(x)g(x)\right)\Big|_a^b-\int\limits_a^b f'(x)g'(x)dx$

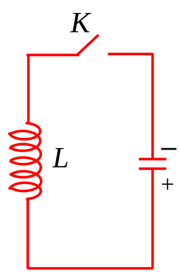
D. $\int\limits_a^b f(x)g'(x)dx=f(x)g(x)-\int\limits_a^b f'(x)g(x)dx$

Câu 23: Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $F(x)=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)+C$ **B.** $F(x)=\ln\left(1+\sqrt{1+x^2}\right)+C$

C. $F(x)=\sqrt{1+x^2}+C$ **D.** $F(x)=\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}+C$

Câu 24: Cho mạch điện như hình vẽ dưới. Lúc đầu tụ điện có điện tích $Q_0(C)$. Khi đóng khóa K, tụ điện phóng điện qua cuộn dây L. Giả sử cường độ dòng điện tại thời điểm t phụ thuộc vào thời gian theo công thức $I=I(t)=Q_0\omega\cos(\omega t)$ (A), trong đó ω (rad/s) là tần số góc, $t\geq 0$ có đơn vị là giây (s). Tính điện lượng chạy qua một thiết diện thẳng của dây từ lúc bắt đầu đóng khóa K $(t=0)$ đến thời điểm $t=6$ (s).



A. $Q_0\omega\sin(6\omega)$ (C) **B.** $Q_0\sin(6\omega)$ (C) **C.** $Q_0\omega\cos(6\omega)$ (C) **D.** $Q_0\cos(6\omega)$ (C)

Câu 25: Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}\left(\tan^2 x+\tan^4 x\right)dx.$

A. $I=\frac{6\sqrt{2}}{5}$ **B.** $I=\sqrt{3}$ **C.** $I=\frac{5\pi}{9}$ **D.** Đáp số khác

Câu 26: Cho $I=\int\limits_{1}^{e}\ln xdx$. Khi đó:

A. $I=\left(x\ln x+x\right)\Big|_1^e$ **B.** $I=\left(x\ln x-1\right)\Big|_1^e$ **C.** $I=\left(x\left(\ln x-1\right)\right)\Big|_1^e$ **D.** $I=\left(\frac{\ln^2 x}{2}\right)\Big|_1^e$

Câu 27: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1, x=2$, biết rằng mỗi đơn vị dài trên các trục tọa độ là $2cm$.

A. $S=15\left(cm^2\right)$ **B.** $S=\frac{15}{4}\left(cm^2\right)$ **C.** $S=\frac{17}{4}\left(cm^2\right)$ **D.** $S=17\left(cm^2\right)$

Câu 28: Rút gọn biểu thức: $T=C_n^0+\frac{1}{2}C_n^1+\frac{1}{3}C_n^2+...+\frac{1}{n+1}C_n^n, n\in\mathbb{N}^*$.

A. $T=\frac{2^n}{n+1}$ **B.** $T=2^{n+1}$ **C.** $T=\frac{2^n-1}{n+1}$ **D.** $T=\frac{2^{n+1}-1}{n+1}$

*Cho hai số phức $z_1=1-i, z_2=3+2i$. Trả lời các câu hỏi từ **Câu 29** đến **Câu 32**.*

Câu 29: Phần thực và phần ảo của số phức $z_1.z_2$ tương ứng bằng:

A. 5 và 1 **B.** 5 và $-i$ **C.** 5 và -1 **D.** 4 và 1

Câu 30: Tìm môđun của số phức $\overline{z_1}-z_2$.

A. $\sqrt{5}$ **B.** 5 **C.** $\sqrt{13}$ **D.** $\sqrt{2}$

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy, gọi các điểm M, N lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, gọi G là trọng tâm của tam giác OMN, với O là gốc tọa độ. Hỏi G là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

A. $5-i$ **B.** $4+i$ **C.** $\frac{4}{3}+\frac{1}{3}i$ **D.** $2+\frac{1}{2}i$

Câu 32: Tìm số phức z thỏa mãn $\overline{z}.z_1+z_2=0$.

A. $z=-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$ **B.** $z=\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$ **C.** $z=\frac{1}{2}+\frac{5}{2}i$ **D.** $z=-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}i$

Câu 33: Xét phương trình $z^3=1$ trên tập số phức. Tập nghiệm của phương trình là:

A. $S=\{1\}$ **B.** $S=\left\{1;\frac{-1\pm\sqrt{3}}{2}\right\}$ **C.** $S=\left\{1;-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$ **D.** $S=\left\{-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn $|z-4|+|z+4|=10$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$ lần lượt là:

A. 10 và 4 **B.** 5 và 4 **C.** 4 và 3 **D.** 5 và 3

Câu 35: Một hình chóp có 2×1998 cạnh thì có bao nhiêu mặt?

A. 1999 **B.** 1998 **C.** 2000 **D.** Cả A, B, C đều sai

Câu 36: Khối trụ tròn xoay có đường cao và bán kính đáy cùng bằng 1 thì thể tích bằng:

A. π^2 **B.** π **C.** $\frac{1}{3}\pi$ **D.** 2π

Câu 37: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=9, SB=4, SC=8$ và đôi một vuông góc. Các điểm A', B', C' thỏa mãn $\overrightarrow{SA}=2.\overrightarrow{SA'}, \overrightarrow{SB}=3.\overrightarrow{SB'}, \overrightarrow{SC}=4.\overrightarrow{SC'}$. Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ là:

A. 24 **B.** 16 **C.** 2 **D.** 12

Câu 38: Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau và có thể tích là $\frac{9}{4}$ thì độ dài mỗi cạnh bằng:

A. $\sqrt[6]{243}$ **B.** $\sqrt{3}$ **C.** 3 **D.** Đáp số khác

Câu 39: Cho $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương có cạnh a. Tính thể tích khối tứ diện $ACD'B'$.

A. $\frac{1}{3}a^3$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **C.** $\frac{a^3}{4}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 40: Một viên đá có dạng khối chóp tứ giác đều với tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a. Người ta cưa viên đá đó theo mặt phẳng song song với mặt đáy của khối chóp để chia viên đá thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính diện tích thiết diện viên đá bị cưa bởi mặt phẳng nói trên.

A. $\frac{a^2}{\sqrt{3}}$ **B.** $\frac{a^2}{\sqrt[3]{2}}$ **C.** $\frac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$ **D.** Kết quả khác

Câu 41: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Mỗi khối đa diện đều là một khối đa diện lồi

B. Hình chóp tam giác đều là hình chóp có bốn mặt là các tam giác đều

C. Chỉ có năm loại khối đa diện đều

D. Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của đúng hai mặt

Câu 42: Một hình trụ có tâm các đáy là A, B. Biết rằng mặt cầu đường kính AB tiếp xúc với các mặt đáy của hình trụ tại A, B và tiếp xúc với mặt xung quanh của hình trụ đó. Diện tích của mặt cầu này là 16π. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đã cho.

A. $\frac{16\pi}{3}$ **B.** 16π **C.** 8π **D.** $\frac{8\pi}{3}$

Câu 43: Tìm m để góc giữa hai vecto: $\vec{u}=(1;\log_3 5;\log_m 2), \vec{v}=(3;\log_5 3;4)$ là góc nhọn. Chọn phương án đúng và đầy đủ nhất.

A. $m>\frac{1}{2}, m\neq 1$ **B.** $m>1$ hoặc $0<m<\frac{1}{2}$ **C.** $0<m<\frac{1}{2}$ **D.** $m>1$

Câu 44: Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{2}$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;1;2)$ **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-1;2;0)$ **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-2;2;-4)$ **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-2;0)$

Câu 45: Cho hai điểm $A(1;1;0), B(1;-1;-4)$. Phương trình của mặt cầu (S) đường kính AB là:

A. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=5$ **B.** $(x+1)^2+y^2+(z+4)^2=5$

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=5$ **D.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=5$

Câu 46: Cho hai vecto $\vec{u}=(3;m;0), \vec{v}=(1;7-2m;0)$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng song song. Khi đó giá trị của m là:

A. 2 **B.** 1 **C.** 0 **D.** Đáp số khác

Câu 47: Cho điểm $M(a;b;c)$ với a,b,c là các hằng số khác 0, $O(0;0;0)$ là gốc tọa độ. Gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Thể tích khối tứ diện $OABC$ là:

A. $\frac{1}{6}abc$ **B.** $\frac{1}{6}|abc|$ **C.** $\frac{1}{3}|abc|$ **D.** $\frac{1}{2}|abc|$

Câu 48: Cho điểm $M(1;2;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và cách M một khoảng lớn nhất.

A. $x+2y-z=0$ **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-1}=1$ **C.** $x-y-z=0$ **D.** $x+y+z-2=0$

Câu 49: Tìm điểm M trên đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=2t \end{cases}$ sao cho $AM=\sqrt{6}$, với $A(0;2;-2)$.

A. $M(1;1;0)$ hoặc $M(2;1;-1)$

B. $M(1;1;0)$ hoặc $M(-1;3;-4)$

C. $M(-1;3;-4)$ hoặc $M(2;1;-1)$

D. Không có điểm M nào thỏa mãn yêu cầu của bài toán

Câu 50: Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4z+1=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=2-t \\ y=t \\ z=m+t \end{cases}$. Tìm m để d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và tại B vuông góc với nhau.

A. $m=-1$ hoặc $m=-4$ **B.** $m=0$ hoặc $m=-4$ **C.** $m=-1$ hoặc $m=0$ **D.** Cả A, B, C đều sai

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1C	2C	3A	4D	5D	6B	7B	8D	9A	10C
11C	12A	13B	14D	15A	16B	17A	18D	19C	20B
21D	22A	23A	24B	25B	26C	27D	28D	29C	30A
31C	32D	33C	34D	35A	36B	37C	38B	39A	40D
41B	42B	43B	44C	45D	46D	47B	48A	49B	50A

Câu 1: Đáp án C

Phân tích: Do đồ thị hàm số có dạng chữ W (mẹo) nên có hệ số $a>0;b<0$.

Nhận thấy với $x=0$ thì y âm. Do đó $c<0$.

Câu 2: Đáp án C

Phân tích: Từ định nghĩa đã được note ở bên cạnh thì ta thấy để hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$ là hàm lẻ trên $\mathbb{R}$ thì $f\left(x\right)=-f\left(-x\right)$

$\Leftrightarrow ax^3+bx^2+cx+d=-\left(-ax^3+bx^2-cx+d\right)$ $\Leftrightarrow bx^2+d=-bx^2-d$

$\Leftrightarrow 2bx^2+2d=0$. Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $b=d=0$.

Định nghĩa: hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên miền D, $y=f\left(x\right)$ là hàm số lẻ trên D nếu với mọi $x\in D$ thì $-x\in D$ thỏa mãn $f\left(x\right)=-f\left(-x\right)$

Câu 3: Đáp án A

Phân tích: ta lần lượt đi tìm giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số bằng cách lấy đạo hàm.

Lời giải: ta có $y'=-4x^3+4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=0\end{array}\right.$. Ta thấy đây là hàm số bậc bốn trùng phương có hệ số $a=-1<0$ và có ba điểm cực trị, từ đây ta suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=-1;x=1$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$. Khi đó $y_1=y\left(1\right)=y\left(-1\right)=4$, $y_2=y\left(0\right)=3$. Từ đây suy ra A đúng.

Câu 4: Đáp án D.

Với phương án A: Ta thấy số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)-4=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=4$. Khi nhìn vào BBT ta thấy đường thẳng $y=4$ cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt. Vậy A đúng, tuy nhiên ta chưa vội khoanh vì nhìn phương án D ta thấy nói cả A và C đúng nên ta xét luôn C mà không cần xét B.

Với phương án C: Ta thấy $\lim\limits_{x\to -1^-}f\left(x\right)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to -1^+}f\left(x\right)=+\infty$ nên $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$.

Tiếp tục ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=5;\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=2$ nên $y=2;y=5$ là hai tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho. Do vậy C đúng. Ta chọn luôn D mà không cần xét B nữa.

Câu 5: Đáp án D.

Với phương án A: Ta thấy $A\left(0;-2\right)$ và $B\left(2;0\right)$ đúng là giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung và trục hoành.

Với phương án B: Ta thấy với $x=-\dfrac{1}{2}$ thì phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho không xác định. Do hệ số góc của tiếp tuyến là $k=f'\left(x_0\right)=\dfrac{5}{\left(2x_o+1\right)^2}$.

Vậy B đúng. Đến đây ta không cần xét C và D nữa, vì cả A và B đều đúng, ta không thể chọn 2 đáp án, do vậy ta chọn D.

Câu 6: Đáp án B

Phân tích: Để học nhanh với việc tìm GTLN, GTNN tôi trình bày các bước như sau:

> 1. Xét xem hàm số có đơn điệu trên đoạn đang xét không, nếu nó đơn điệu thì lấy luôn GTNN, GTLN ở các điểm đầu mút. Nếu nó không đơn điệu, tiếp tục xét đến bước 2.
> 2. Tìm nghiệm của phương trình $y'=0$ hoặc các giá trị làm cho y' không xác định.
> 3. So sánh các giá trị.

Ghi nhớ:
1. Xét tính đơn điệu trên đoạn (khoảng) đang xét.
2. tìm nghiệm của phương trình $y'=0$ hoặc GT làm cho y' không xác định.
3. So sánh.

Ở đây các bước làm diễn giải ra thì dài, tuy nhiên khi vào bài ta có thể tư duy nhanh như sau:

Lời giải: Ta có $y'=f'\left(x\right)=4x^3-4x\Leftrightarrow x=0;x=1;x=-1$. Ở đây ta đang xét đoạn $\left[0;2\right]$ nên ta sẽ xét $f\left(0\right);f\left(1\right);f\left(2\right)$. Từ đây ta được $M-m=f\left(2\right)-f\left(1\right)=7-\left(-2\right)=9$.

Câu 7: Đáp án B.

Ta thấy hàm số $y=x^3+3x^2+1$ là hàm số bậc ba, nên để đồ thị hàm số $\left(C\right)$ cắt đường thẳng *d* tại ba điểm phân biệt thì đồ thị hàm số $\left(C\right)$ trước tiên phải có hai điểm cực trị.

Ta có $y'=3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=1\\x=-2\Rightarrow y=5\end{array}\right.$

Để đồ thị hàm số $\left(C\right)$ cắt đường thẳng *d* tại ba điểm phân biệt thì

$1<5^m<5\Leftrightarrow 0<m<1$

Câu 8: Đáp án D.

Phân tích: Ta thấy tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại điểm $x=x_0$ luôn có dạng $y=f'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)+f\left(x_0\right)$. Mặt khác, hàm số bậc nhất $y=ax+b$ với $a\neq 0$ luôn đồng biến khi $a>0$. Do đó, bài toán trở thành, tìm *m* để $f'\left(x\right)>0$ với mọi *x*.

Lời giải: Ta có $f'\left(x\right)=3x^2-2mx-2m$. Để $f'\left(x\right)>0$ với mọi *x* thì

$\begin{cases}\Delta'=\left(-m\right)^2+6m<0\\3>0\end{cases}\Leftrightarrow -6<m<0$.

Câu 9: Đáp án A.

Ghi nhớ:
Để một phương trình $\left(*\right)$ bất kì thỏa mãn với mọi biến *x* thì đặt *x* làm nhân tử chung từ đó tìm điều kiện.

Phân tích: Ta thấy hàm số đã cho có thể là hàm phân thức hoặc không, tuy nhiên để đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng thì hàm số đã cho không phải hàm phân thức, tức là đa thức tử số rút gọn cho đa thức mẫu số.

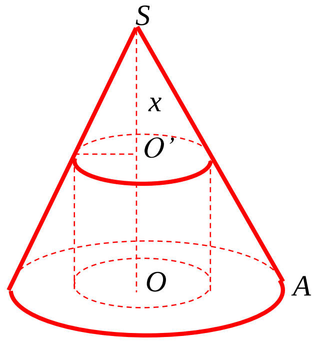
Lời giải:

Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $\left(m+1\right)x-2m+1=k\left(x-1\right)$ với $k\in\mathbb{Z}$.

Phương trình tương đương với $x(m+1-k)-2m+1+k=0$. Để thỏa mãn với mọi x thì $\begin{cases} m+1-k=0 \\ -2m+1+k=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ k=3 \end{cases}$.

Câu 10: Đáp án C

Phân tích: Ta có hình vẽ sau:



Đề bài yêu cầu tìm x để phần không gian nằm phía trong (N) nhưng phía ngoài (T) đạt giá trị nhỏ nhất, tương đương với tìm x để thể tích khối trụ (T) đạt giá trị lớn nhất. (bài toán này tương tự như bài toán vắt mì tôm mà tôi đã giới thiệu ở câu 11 đề 6 trong sách bộ đề Tinh túy môn toán 2017). Nên ở đây tôi sẽ trình bày lời giải luôn.

Lời giải:

Áp dụng định lí Thales ta có: $\frac{x}{h}=\frac{r'}{r}\Rightarrow r'=\frac{xr}{h}$.

Khi đó ta có công thức tính thể tích của khối trụ là $V=f(x)=\pi(r')^2.(h-x)$

$=\pi\frac{r^2}{h^2}.x^2.(h-x)$.

Khi đó $f'(x)=\frac{\pi r^2}{h^2}(2hx-3x^2)=0\Leftrightarrow x=\frac{2h}{3}$ do $x>0$. Đến đây ta chọn C.

Câu 11: Đáp án C

Phân tích: Nhận thấy nếu hàm số đã cho tồn tại ở dạng phân thức thì hàm số sẽ không thể đồng biến trên tập xác định được, bởi tập xác định của hàm số là một tập hợp số không liên tục gồm hai khoảng là $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$. Đây là phần mà tôi đã chú ý rất nhiều trong sách Bộ đề Tinh Túy 2017, cụ thể là trong sách tôi đã ghi rõ: "Ở sách giáo khoa hiện hành, không giới thiệu khái niệm hàm số (một biến) đồng biến, nghịch biến trên một tập số, mà chỉ giới thiệu khái niệm hàm số (một biến) đồng biến, nghịch biến trên một khoảng, một đoạn, nửa khoảng (nửa đoạn)."

Do vậy, nếu đa thức tử số có thể rút gọn cho đa thức ở mẫu số thì hàm số trở về hàm bậc nhất có hệ số $a=2>0$ nên luôn đồng biến trên tập xác định là tập $\mathbb{R}$.

Lời giải: Để hàm số $f(x)=\frac{2x^2+3x+m+1}{x+1}$ đồng biến trên tập xác định thì đa thức tử số chia hết cho đa thức ở mẫu số, tức là:

$(2x+a)(x+1)=2x^2+3x+m+1$ với mọi x.

$\Leftrightarrow(2+a)x+a=3x+m+1 \Leftrightarrow(a-1)x+a-m-1=0$. Phương trình này thỏa mãn với mọi x khi $\begin{cases} a-1=0 \\ a-m-1=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=1 \\ m=0 \end{cases}$.

Ghi nhớ: Để một phương trình $(*)$ bất kì thỏa mãn với mọi biến x thì đặt x làm nhân tử chung từ đó tìm điều kiện.

Câu 12: Đáp án A.

Lời giải:

Ta có $9^x+9^{-x}=23\Leftrightarrow 3^{2x}+2.3^x.3^{-x}+3^{-2x}=23+2$

$\Leftrightarrow(3^x+3^{-x})^2=25\Rightarrow 3^x+3^{-x}=5$ (do VT luôn lớn hơn 0).

Sai lầm: Nhiều độc giả nghĩ $(3^x+3^{-x})^2=25$ $\Leftrightarrow 3^x+3^{-x}=\pm5$ là sai.

Câu 13: Đáp án B

Với phương án A: Đây là phương án đúng bởi : $2016^x.2016^y.2016^z = 2016^{x+y+z}$.
Do *x, y, z* có tổng không đổi nên 2016^{x+y+z} không đổi.
Với phương án B: Nếu đặt $y = xr$ thì $z = xr^2$ (với $r \neq 0$). Khi đó

Với $r > 0$ thì $\log y = \log xr = \log x + \log r$

$\log z = \log xr^2 = \log x + 2\log r$ thỏa mãn là cấp số cộng, tuy nhiên với $r < 0$ thì không thỏa mãn, bởi khi đó log không tồn tại. Vậy B sai. Chọn B.

Sai lầm: Nhiều độc giả không xét trường hợp $r < 0$ nên cho rằng B đúng.

Câu 14: Đáp án D.

Phân tích: Để hàm số xác định thì có điều kiện:
1. Điều kiện để căn thức tồn tại, tức là biểu thức trong căn lớn hơn hoặc bằng 0.
2. Điều kiện để hàm phân thức tồn tại, tức là đa thức dưới mẫu khác 0.

Lời giải:

Để hàm số đã cho xác định thì: $\begin{cases} e^x - e^{10} \geq 0 \\ e^x - e^{10} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 10 \\ x \neq 10 \end{cases} \Leftrightarrow x > 10$.

Câu 15: Đáp án A.

Ta lần lượt đi xét từng phương án: Với điều kiện tất cả cấc biểu thức logarit tồn tại thì:

Với phương án A: Ta có $3 = \log_b a \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0; b \neq 1; a > 0 \\ a = b^3 \end{cases} \Rightarrow \sqrt[6]{a} = \sqrt{b}$ (Do $a, b > 0$ nên có thể suy ra được).

Với phương án B: Ta thấy $b = \sqrt[3]{a}$ nhưng ở đây không có điều kiện để $a > 0; b > 0$ nên không lấy căn hai vế được.

Với phương án C: Ta có thể lấy căn bậc 12 của hai vế thì ta sẽ có $\sqrt[12]{a^2} = \sqrt[12]{b^6}$ (Tuy nhiên không có điều kiện để $a > 0; b > 0$ để rút gọn căn nên C không suy ra được.

Với phương án D, ta cũng không thể có điều kiện $a > 0; b > 0$.

Nhận xét: Đây là một câu hỏi hay, học sinh dễ bị chọn sai.

Sai lầm: Nhiều độc giả nghĩ rằng ở C có trể rút gọn căn đưa về dạng cần suy ra, tuy nhiên, do phương trình ban đầu ta có thể lấy căn bậc 12 bởi bản thân hai vế là bình phương luôn hớn hơn bằng 0, chứ không phải *a*, *b* lớn hơn 0.

Câu 16: Đáp án B.

Ở đây ta có thể chọn luôn B bởi điều kiện để logarit tồn tại là $xy > 0$, tức *x,y* cùng dấu. Mà điều kiện để tách $\log_2 xy = \log_2 x + \log_2 y$ là $x, y > 0$. Do vậy B không đủ điều kiện để suy ra.

Với các phương án còn lại:
Với A: Do VP là hàm mũ luôn lớn hơn 0, do đó ta có thể lấy logarit cơ số 2 của hai vế và suy ra được $pt \Leftrightarrow \log_2 x = 10 - \log_2 y \Leftrightarrow \log_2 x + \log_2 y = 10$

Với C: Thì $\Leftrightarrow 3\left(\log_2 x + \log_2 y\right) = 30 \Leftrightarrow \log_2 x + \log_2 y = 10$.

D tương tự A.

Câu 17: Đáp án A

Đây là bài toán tìm nguyên hàm, ta có $F\left(x\right) = \int\left(3^x \ln 3 + 7x^6\right)dx = x^7 + 3^x + C$.

Câu 18: Đáp án D.

Phân tích: Với bài toán dạng tìm số nghiệm của phương trình này, ta không nhất thiết phải giải phương trình ra, sau đây tôi có lời giải:
Lời giải: Phương trình đã cho tương đương với:

$\log_2 x+\log_4 x+\log_6 x+\log_8 x-\log_3 x-\log_5 x-\log_7 x-\log_9 x=0$

Đặt $VT=f(x)$. Khi đó ta xét hàm số $y=f(x)$ trên $(0;+\infty)$. Khi đó ta có

$f'(x)=\frac{1}{x}\left(\frac{1}{\ln 2}+\frac{1}{\ln 4}+\frac{1}{\ln 6}+\frac{1}{\ln 8}-\frac{1}{\ln 3}-\frac{1}{\ln 5}-\frac{1}{\ln 7}-\frac{1}{\ln 9}\right)>0$ với mọi $x>0$.

Do vậy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$. Vậy phương trình $f(x)=0$ có nhiều nhất một nghiệm trên $(0;+\infty)$. Chọn D.

Câu 19: Đáp án C

Nếu chăm chỉ làm các đề mà tôi đã giải chi tiết gần đây thì quý độc giả có thể chọn luôn đáp án bài này, bởi nó giống với đề Sở Hưng Yên và đề Lam Sơn Thanh Hóa.

Lời giải: Ta có $\log_{30}1350=\log_{30}\left(30.3^2.5\right)=\log_{30}30+\log_{30}3^2+\log_{30}5$

$=1+2\log_{30}3+\log_{30}5=2a+b+1$

Câu 20: Đáp án B.

Ta thấy ở bước 3: $\left(3.2^x\right)^x=1\Leftrightarrow\left(3.2^x\right)^x=\left(3.2^x\right)^0$. Thiếu trường hợp cơ số bằng 1 tức $3.2^x=1\Leftrightarrow 2^x=\frac{1}{3}\Leftrightarrow x=\log_2\frac{1}{3}$

Câu 21: Đáp án D.

Phân tích: Đề bài tuy khá là dài, tuy nhiên đây thực chất chỉ là bài toán giải phương trình mũ.

Ta thay $65,21\%$ vào sau đó tìm *t*.

Lời giải: Ta có $100.(0,5)^{\frac{t}{5750}}=65,21\Leftrightarrow 0.5^{\frac{t}{5750}}=0,6521\Leftrightarrow\frac{t}{5750}=\log_{0.5}0,6521$

$\Leftrightarrow t=5750.\log_{0,5}0,6521\approx 3547$ năm.

Câu 22: Đáp án A

Phân tích: Đây thực chất là bài toán kiểm tra kiến thức về tích phân từng phân. Ta có một định nghĩa về tích phân từng phần như đã Note ở bên

Lời giải: Ở đây biểu thức ở VT luôn không đổi là $\int_a^b f(x)g'(x)dx$, mặt khác ta có $g'(x)dx=d(g(x))$. Vậy VT trở thành: $\int_a^b f(x)d(g(x))$. Áp dụng định nghĩa về tích phân từng phần ở trên cho $u=f(x);v=g(x)$ ta có

$\int_a^b f(x)d(g(x))=\left(f(x)g(x)\right)\Big|_a^b-\int_a^b g(x)d(f(x))$.

Định nghĩa: Cho hàm u,v là các hàm số của x có đạo hàm liên tục trên đoạn. Khi đó

$\int_a^b udv=uv\Big|_a^b-\int_a^b vdu$

Câu 23: Đáp án A.

Ta có bài toán gốc sau:

Bài toán gốc: Chứng minh $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+a}}=\ln\left|x+\sqrt{x^2+a}\right|+c\,(a\in\mathbb{R})$

Đặt $t=x+\sqrt{x^2+a}\Rightarrow dt=\left(1+\frac{2x}{2\sqrt{x^2+a}}\right)dx\Leftrightarrow dt=\frac{x+\sqrt{x^2+a}}{\sqrt{x^2+a}}dx$

$\Leftrightarrow dt=\frac{tdx}{\sqrt{x^2+a}}\Leftrightarrow\frac{dt}{t}=\frac{dx}{\sqrt{x^2+a}}$

Ghi nhớ: Với $(a\in\mathbb{R})$ ta có:

$\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+a}}=\ln\left|x+\sqrt{x^2+a}\right|+c$

Vậy khi đó $\boxed{\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a}} = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + c = \ln\left|x+\sqrt{x^2+a}\right| + c}$ (điều phải chứng minh).

Khi đó áp dụng công thức vừa chứng minh ta có

$$F(x) = \int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx = \ln\left|x+\sqrt{1+x^2}\right| + c = \ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right) + c.$$

Câu 24: Đáp án B

Ta có biểu thức của cường độ dòng điện tại thời điểm *t* phụ thuộc vào thời gian là biểu thức đạo hàm của biểu thức điện lượn chạy qua tiết diện thẳng của dây, hay nói cách khác

Điện lượng chạy qua tiết diện *S* trong thời gian từ t_1 đến t_2 là $\Delta q = \int_{t_1}^{t_2} i.dt$.

Vậy $\Delta q = \int_0^6 Q_o \omega \cos(\omega t) dt = Q_o \sin(\omega t)\Big|_0^6 = Q_0 \sin(6\omega)(C)$.

Câu 25: Đáp án B

Phân tích: ta thấy $\tan^2 x + \tan^4 x = \tan^2 x\left(1+\tan^2 x\right)$. Mặt khác ta có $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = \tan^2 x + 1$. Do vậy bài toán trở thành dạng $\int_a^b f(u).u'dx$

Ghi nhớ:
$(\tan x)' = \tan^2 x + 1$

Lời giải: Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\tan^2 x + \tan^4 x\right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x\left(1+\tan^2 x\right) dx$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x d(\tan x) = \frac{1}{3}\tan^3 x\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{1}{3}\left(\left(\tan\frac{\pi}{3}\right)^3 - (\tan 0)^3\right) = \sqrt{3}.$$

Câu 26: Đáp án C.

Ta giải bài toán như dạng tích phân từng phần:

Lời giải:

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x}dx \\ vdv = dx \Rightarrow v = x \end{cases}$

Khi đó $I = x.\ln x\Big|_1^e - \int_1^e x.\frac{1}{x}dx = (x.\ln x - x)\Big|_1^e = \left(x(\ln x - 1)\right)\Big|_1^e$.

Câu 27: Đáp án D.

Phân tích: Đây là bài toán tính diện tích hình phẳng đưa về tích phân thông thường, tuy nhiên, mỗi đơn vị dài trên các trục tọa độ là 2 *cm* do đó, sau khi tính xong ta sẽ nhân kết quả với 4, do đơn vị diện tích là cm^2 .

Ghi nhớ: Khi tính tích phân, luôn xét xem $f(x)$ lớn hơn 0 hay nhỏ hơn 0 để xét dấu.

Lời giải: Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Trên $[-1;0]$ thì $y = x^3 \le 0$, còn trên $[0;2]$ thì $y = x^3 > 0$, nên diện tích hình phẳng trên trục tọa độ nếu tính theo đơn vị dài trên trục tọa độ là :

$S = \int_{-1}^0 -x^3 dx + \int_0^2 x^3 dx = \frac{-1}{4}x^4\Big|_{-1}^0 + \frac{1}{4}x^4\Big|_0^2 = \frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4}$ (đơn vị dài).

Đổi về đơn vị cm^2 ta được $S = 17\left(cm^2\right)$.

Câu 28: Đáp án D.

Ta có

$T = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + ... + \frac{1}{n+1}C_n^n$. Nhận thấy các số $\frac{1}{1};\frac{1}{2};\frac{1}{3};...;\frac{1}{n+1}$ thay đổi ta nghĩ ngay đến biểu thức $\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$.

Ở đây ta sẽ có lời giải như sau:

Ta có $(1+x)^n = C_n^0 + xC_n^1 + x^2C_n^2 + x^3C_n^3 + ... + x^nC_n^n$.

Khi đó ta suy ra $\int_0^1 (1+x)^n dx = \int_0^1 \left(C_n^0 + xC_n^1 + x^2C_n^2 + x^3C_n^3 + ... + x^nC_n^n\right)dx$

$\Leftrightarrow \frac{1}{n+1}(x+1)^{n+1}\Big|_0^1 = \left(C_n^0x + \frac{x^2}{2}C_n^1 + \frac{x^3}{3}C_n^3 + ... + \frac{x^{n+1}}{n+1}C_n^n\right)\Big|_0^1$

$\Leftrightarrow \frac{2^{n+1}-1}{n+1} = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + ... + \frac{1}{n+1}C_n^n$. Đến đây ta chọn D.

Câu 29: Đáp án C

Lời giải: Ta có $z_1.z_2 = (1-i)(3+2i) = 3+2i-3i-2i^2 = 3+2-i = 5-i$

Vậy số phức $z_1.z_2$ có phần thực là 5 và phần ảo là -1.

Câu 30: Đáp án A

Lời giải: Ta có: $\left|\overline{z_1} - z_2\right| = |1+i-3-2i| = |-2-i| = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$.

Câu 31: Đáp án C

Lời giải: Do *M, N* lần lượt là điểm biểu diễn số phức $z_1;z_2$ nên $M(1;-1), N(3;2)$. Khi đó tọa độ điểm *G* là trọng tâm của tam giác OMN có tọa độ $G\left(\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$. Vậy *G* là điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{4}{3} + \frac{1}{3}i$.

Câu 32: Đáp án D.

Lời giải: Đặt $z = x + yi\,(x, y \in \mathbb{R})$, nên $pt \Leftrightarrow (x-yi)(1-i) + 3 + 2i = 0$

$\Leftrightarrow x - ix - yi + yi^2 + 3 + 2i = 0 \;\Leftrightarrow (x-y+3) + i(-x-y+2) = 0$

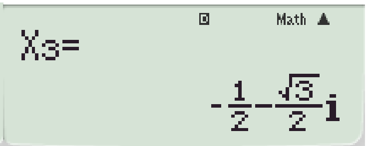
$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ -x - y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$.

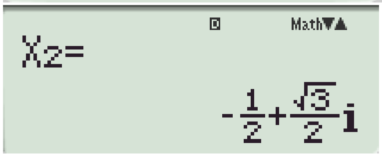
Câu 33: Đáp án C

Với bài toán này, cách nhanh nhất là sử dụng máy tính như sau:

Ấn $\boxed{\text{MODE}} \rightarrow \boxed{\text{5: EQN}} \rightarrow$ chọn 4

Sau đó nhập hệ số máy hiện như sau:





Lời giải thông thường: $z^3=1\Leftrightarrow (z-1)(z^2+z+1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\frac{-1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i \\ x=\frac{-1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i \end{array}\right.$.

Câu 34: Đáp án D.

Lời giải: Đặt $z=x+yi\ \ (x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó phương trình đề bài trở thành:

$$|x-4+yi|+|x+4+yi|=10\ \Leftrightarrow \sqrt{(x-4)^2+y^2}+\sqrt{(x+4)^2+y^2}=10$$

Đến đây, ta nhớ đến các bất đẳng thức vecto như note ở bên.

Vậy đặt $\vec{u}=(x-4;y),\vec{v}=(x+4,y)$. Khi đó áp dụng bđt $|\vec{u}|+|\vec{v}|\ge|\vec{u}+\vec{v}|$ ta có:

$$\sqrt{(x-4)^2+y^2}+\sqrt{(x+4)^2+y^2}\ge\sqrt{(2x)^2+(2y)^2}$$

$\Leftrightarrow 10\ge 2\sqrt{x^2+y^2}\ \ \Leftrightarrow |z|\le 5$. Vậy GTLN của mô đun số phức z là 5.

Với GTNN, áp dụng bất đẳng thức Bunyakovski ta có:

$$\left(1.\sqrt{(x-4)^2+y^2}+1.\sqrt{(x+4)^2+y^2}\right)^2\le(1^2+1^2)\left((x-4)^2+y^2+(x+4)^2+y^2\right)$$

$\Rightarrow 10\le 2(x^2+y^2+16)\Leftrightarrow x^2+y^2\ge 9\Rightarrow\sqrt{x^2+y^2}\ge 3$. Vậy GTNN của mô đun số phức z là 3.

Nhớ: Cho 2 vecto $\vec{u}$ và $\vec{v}$. Khi đó

$|\vec{u}|+|\vec{v}|\ge|\vec{u}+\vec{v}|$

Dấu bằng xảy ra khi $\vec{u},\vec{v}$ cùng hướng.

Câu 35: Đáp án A.

Nhận xét: Một hình có đáy là n giác thì sẽ có n cạnh bên và n mặt bên và 1 mặt đáy. Vậy hình chóp có tổng là 2.1998 cạnh tức là có 1999 mặt.

Câu 36: Đáp án B.

Công thức tính thể tích của khối trụ tròn xoay là $V=\pi R^2.h=\pi$

Câu 37: Đáp án C.

Ta có công thức tỉ lệ thể tích trong tứ diện được note ở bên. Do vậy ở đây:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}=\frac{1}{24}.$$

Mặt khác như ở các đề trước tôi đã giới thiệu thì thể tích của khối chóp $S.ABC$ có $SA,\ SB,\ SC$ đôi một vuông góc là $V_{SABC}=\frac{1}{6}.SA.SB.SC=\frac{1}{6}.9.8.4=48$.

Đến đây ta suy ra $S_{SA'B'C'}=\frac{48}{24}=2$.

Nhớ: Cho tứ diện S.ABC, và các điểm A′, B′, C′ lần lượt nằm trên các đoạn SA, SB, SC. Khi đó ta có

$$\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}$$

Câu 38: Đáp án B

Hình lăng trụ tam giác đều khác với hình lăng trụ có đáy là tam giác đều ở chỗ:

1. **Hình lăng trụ tam giác đều** là hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều.
2. **Hình lăng trụ có đáy là tam giác đều** chưa chắc đã là hình lăng trụ đứng.

Ta có công thức tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều là

$V=\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a.h=\frac{\sqrt{3}}{4}.a^2.h$. Mà tất cả các cạnh bằng nhau do đó ta có

$V=\frac{\sqrt{3}}{4}.a^3=\frac{9}{4}\Rightarrow a=\sqrt{3}$.

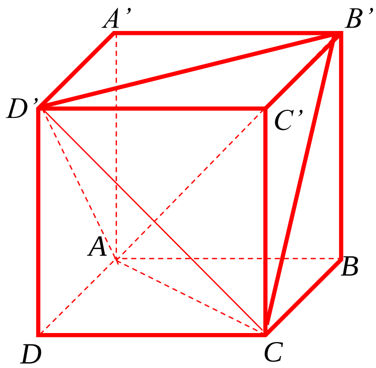
Nhớ: Diện tích tam giác đều có cạnh a là

$$S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Câu 39: Đáp án A.

Ta có hình vẽ:

Nhìn vào hình vẽ ta thấy nếu đi tính trực tiếp thể tích khối tứ diện $ACD'B'$ là khá lâu, do đó ta sẽ đi tìm một cách gián tiếp như sau:



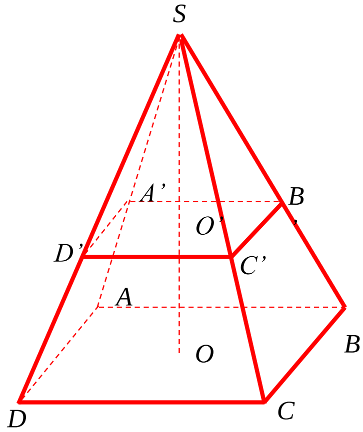
<u>Lời giải:</u>

Ta có $V_{ACD'B'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{D'ADC} - V_{B'ACB} - V_{CB'C'D'} - V_{AA'B'D'}$.

Mặt khác ta nhận thấy $V_{D'ADC} = V_{B'ACB} = V_{CB'C'D'} = V_{AA'B'D'} = \frac{1}{3}.a.\frac{1}{2}.S_{ABCD} = \frac{1}{6}a^3$

Do vậy $V_{ACD'B'} = a^3 - 4.\frac{1}{6}a^3 = \frac{a^3}{3}$.

Câu 40: Đáp án D.



Kí hiệu như hình vẽ ta đặt $SO' = x$.

Do khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a nên ta có $SA = SB = SC = SD = AB = BC = CD = DA = a$. Hình vuông $ABCD$ có 2 đường chéo $AC = BD = a\sqrt{2}$. Tam giác SOA vuông tại O nên

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

Áp dụng định lý Thales ta có:

$$\frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{A'D'}{AD} = \frac{x}{\frac{a}{\sqrt{2}}} \Rightarrow A'D' = AD.\frac{x\sqrt{2}}{a} = x\sqrt{2}$$

Khi đó $V_{SA'B'C'D'} = \frac{1}{3}.x.\left(x\sqrt{2}\right)^2 = \frac{2}{3}x^3$. Mặt khác $V_{SA'B'C'D'} = \frac{1}{2}V_{SABCD}$, do đó ta có $\frac{2}{3}x^3 = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{a}{\sqrt{2}}.a^2 \Rightarrow x = \frac{\sqrt[6]{2}}{2}a$. Vậy $S_{A'B'C'D'} = x^2 = \frac{\sqrt[3]{2}}{4}a^2$.

Nhớ: Khi việc tính thể tích của khối đề bài yêu cầu quá khó để thiết lập công thức, ta nên chuyển hướng sang cách làm gián tiếp.

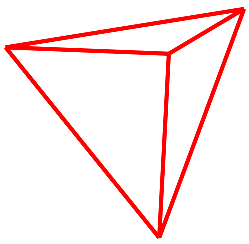
Câu 41: Đáp án B

Ở đây ta có kiến thức sau: Trong Chương trình THPT chúng ta học:

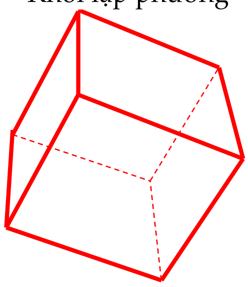
Chỉ có 5 loại khối đa diện đều. Đó là loại $\{3;3\}$, loại $\{4;3\}$, loại $\{3;4\}$, loại $\{5;3\}$ và loại $\{3;5\}$.

Chúng được giới thiệu trong các hình dưới đây:

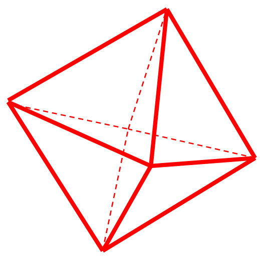
Khối tứ diện



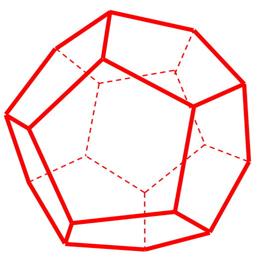
Khối lập phương



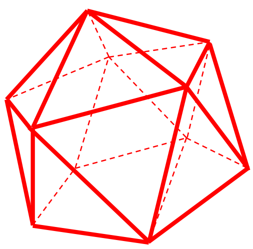
Khối bát diện đều



Khối mười hai mặt đều



Khối hai mươi mặt đều



Do vậy A, C đúng. Tiếp theo với D, ta thấy D đúng vì đây là một trong hai điều kiện để xác định khối đa diện. Do đó ta chọn B.

Câu 42: Đáp án B.

Do mặt cầu tiếp xúc với mặt đáy của hình trụ tại *A, B* và tiếp xúc với mặt xung quanh của hình trụ nên hình trụ có chều cao $h = AB$ và bán kính đáy bằng bán kính khối cầu. Mặt khác $4\pi R^2 = 16\pi \Rightarrow R = 2$. Vậy thể tích của khối trụ là:

$V = B.h = \pi.2^2.4 = 16\pi$.

Câu 43: Đáp án B.

$\frac{1}{2} < m < 1$

Ta có $\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right) = \frac{\vec{u}.\vec{v}}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|} = \frac{3+\log_3 5.\log_5 3 + \log_m 2.4}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|}$. Do mẫu số luôn lớn hơn 0 nên ta đi tìm điều kiện để tử số dương.

Chú ý: Khi nhân chia hai vế của bất phương trình phải xét dấu của biểu thức nhân vào.

Mặt khác $3+\log_3 5.\log_5 3 + 4\log_m 2 > 0 \Leftrightarrow 4\log_m 2 > -4$

$\Leftrightarrow \log_m 2 > -1 \Leftrightarrow \log_m 2 > \log_m \frac{1}{m}$

Với $0 < m < 1$ thì $\Leftrightarrow \frac{1}{m} > 2 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$. Kết hợp với điều kiện suy ra $0 < m < \frac{1}{2}$.

Với $m > 1$ thì $\Leftrightarrow \frac{1}{m} < 2 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$. Kết hợp điều kiện suy ra $m > 1$.

Câu 44: Đáp án C.

Nhận thấy $\vec{u} = (1;-1;2)$. Ta có $\vec{u_3} = -2\vec{u}$ do đó ta chọn C.

Câu 45: Đáp án D.

Mặt cầu (S) đường kính *AB* nên mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$ là trung điểm của *AB* và bán kính $R = IA = \sqrt{(1-1)^2 + (1-0)^2 + (0-(-2))^2} = \sqrt{5}$

Vậy $(S):(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5$.

Câu 46: Đáp án D.

Vì $\vec{u},\vec{v}$ là hai vtpt của hai mặt phẳng song song nên hai vecto này cùng phương. Do vậy $\frac{3}{1} = \frac{m}{7-2m} \Rightarrow m = 3$.

Nhớ: Cho tứ diện S.ABC có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc thì

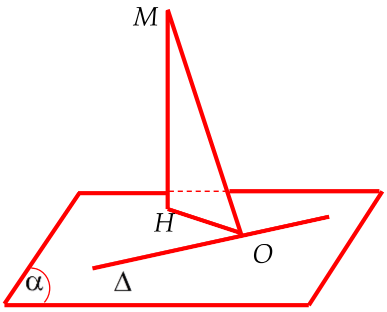
$V_{SABC} = \frac{1}{6}.SA.SB.SC$

Câu 47: Đáp án B.

Ta nhận thấy khi chiếu *M* lên các trục tọa độ thì tứ diện *OABC* là tứ diện có OA, OB, OC, OD đôi một vuông góc.Áp dụng công thức tôi trình bày ở trên ta có: $V = \frac{1}{6}.OA.OB.OB = \frac{1}{6}\left|abc\right|$.

Câu 48: Đáp án A.

Ta có hình vẽ sau:



Gọi *H* là hình chiếu của *M* trên mặt phẳng (α). Khi đó khoảng cách từ *M* đến mặt phẳng (α) là *MH*. Ta có tam giác *MHO* vuông tại *H* nên $HM \le MO$. Để *MH* max thì $H \equiv O$, hay $OM \perp (\alpha)$. Khi đó (α) qua $O(0;0;0)$ và có vtpt $\vec{n} = \overrightarrow{OM} = (1;2;-1)$ có phương trình $x + 2y - z = 0$.

Câu 49: Đáp án B.

Ta có $M(1+t;1-t;2t)$. Ta có $AM^2=(t+1)^2+(-1-t)^2+(2t+2)^2=6$

$$\Leftrightarrow 6t^2+12t=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \Rightarrow M(1;1;0) \\ t=-2 \Rightarrow M(-1;3;-4) \end{array}\right.$$

Câu 50: Đáp án A.

<u>Phân tích:</u> ta có nếu hai mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và B vuông góc với nhau thì hai vtpt của hai mặt phẳng này cũng vuông góc với nhau. Mà hai vtpt của hai mặt phẳng này chính là $\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}$. Với $I(1;0;-2)$ là tâm của mặt cầu (S).

Vậy ta có hai điều kiện sau:

1. d cắt (S) tại hai điểm phân biệt.

2. $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB}=0$.

<u>Lời giải:</u> Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì trước tiên d phải cắt mặt cầu, tức là phương trình $(2-t)^2+t^2+(m+t)^2-2.(2-t)+4.(m+t)+1=0$ có hai nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow 3t^2+2(m+1)t+m^2+4m+1=0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta'>0 \Leftrightarrow (m+1)^2-3m^2-12m-3>0$

$\Leftrightarrow m^2+5m+1<0$.

Với phương trình có hai nghiệm phân biệt , áp dụng định lí Viet ta có

$t_1t_2=\dfrac{m^2+4m+1}{3};t_1+t_2=\dfrac{-2}{3}(m+1)$

Khi đó $\overrightarrow{IA}=(1-t_1;t_1;m+2+t_1),\overrightarrow{IB}=(1-t_2;t_2;m+2+t_2)$.

Vậy $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB}=(1-t_1)(1-t_2)+t_1t_2+(m+2+t_1)(m+2+t_2)=0$

$\Leftrightarrow 3t_1t_2+(m+1)(t_1+t_2)+(m+2)^2+1=0$

$\Leftrightarrow m^2+4m+1-\dfrac{2}{3}(m+1)^2+(m+2)^2+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-4 \end{array}\right.$ (TM).

Cho đi còn hạnh phúc hơn nhận về

Một hôm, một sinh viên trẻ có dịp đi dạo với giáo sư của mình. Vị giáo sư này vẫn thường được các sinh viên gọi thân mật bằng tên "người bạn của sinh viên" vì sự thân thiện và tốt bụng của ông đối với học trò.

Trên đường đi, hai người bắt gặp một đôi giày cũ nằm giữa đường. Họ cho rằng đó là đôi giày của một nông dân nghèo làm việc ở một cánh đồng gần bên, có lẽ ông ta đang chuẩn bị kết thúc ngày làm việc của mình.

Cậu sinh viên quay sang nói với vị giáo sư: "Chúng ta hãy thử trêu chọc người nông dân xem sao. Em sẽ giấu giày của ông ta rồi thầy trò mình cùng trốn vào sau những bụi cây kia để xem thái độ ông ta khi không tìm thấy đôi giày thế nào nhé!".

Vị giáo sư ngăn lại: "Này, anh bạn trẻ, chúng ta đừng bao giờ đem những người nghèo ra để trêu chọc, mua vui cho bản thân. Em là một sinh viên khá giả, em có thể tìm cho mình một niềm vui lớn hơn nhiều nhờ vào người nông dân này đấy. Em hãy đặt một đồng tiền vào mỗi chiếc giày của ông ta và chờ xem phản ứng ông ta ra sao".

Cậu sinh viên làm như lời vị giáo sư chỉ dẫn, sau đó cả hai cùng trốn vào sau bụi cây gần đó.

Chẳng mấy chốc người nông dân đã xong việc và băng qua cánh đồng đến nơi đặt giày và áo khoác của mình. Người nông dân vừa mặc áo khoác vừa xỏ chân vào một chiếc giày thì cảm thấy có vật gì cứng cứng bên trong, ông ta cúi xuống xem đó là vật gì và tìm thấy một đồng tiền.

Sự kinh ngạc bàng hoàng hiện rõ trên gương mặt ông. Ông ta chăm chú nhìn đồng tiền, lật hai mặt đồng tiền qua lại và ngắm nhìn thật kỹ. Rồi ông nhìn khắp xung quanh nhưng chẳng thấy ai.

Lúc bấy giờ ông bỏ đồng tiền vào túi, và tiếp tục xỏ chân vào chiếc giày còn lại. Sự ngạc nhiên của ông dường như được nhân lên gấp bội, khi ông tìm thấy đồng tiền thứ hai bên trong chiếc giày.

Với cảm xúc tràn ngập trong lòng, người nông dân quì xuống, ngước mặt lên trời và đọc to lời cảm tạ chân thành của mình. Ông bày tỏ sự cảm tạ đối với bàn tay vô hình nhưng hào phóng đã đem lại một món quà đúng lúc cứu giúp gia đình ông khỏi cảnh túng quẫn, người vợ bệnh tật không ai chăm sóc và đàn con đang thiếu ăn.

Cậu sinh viên lặng người đi vì xúc động, nước mắt giàn giụa. Vị giáo sư lên tiếng: "Bây giờ em có cảm thấy vui hơn lúc trước nếu như em đem ông ta ra làm trò đùa không?".

Người thanh niên trả lời: "Giáo sư đã dạy cho em một bài học mà em sẽ không bao giờ quên. Đến bây giờ em mới hiểu được ý nghĩa thật sự của câu nói mà trước đây em không hiểu: 'Cho đi còn hạnh phúc hơn nhận về'".

Trong cuộc sống, đôi khi chúng ta cảm thấy bất công, cho đi quá nhiều mà nhận lại chẳng bao nhiêu. Thực ra không phải, có một thứ mà ta đã nhận được còn đáng giá hơn thế, đó là niềm vui vô hình không thể nào chạm được.

(Nguồn: Sưu tầm)