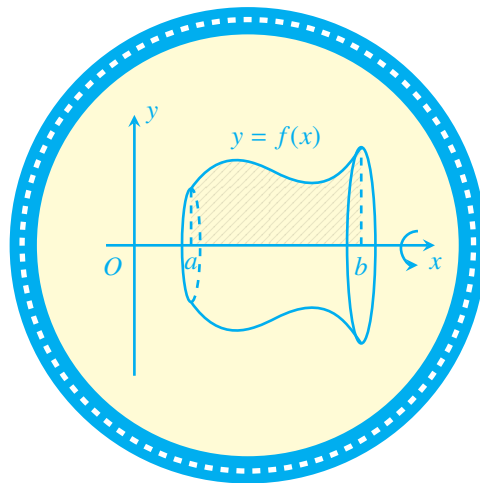




TRƯỜNG THPT PHAN ĐÌNH PHÙNG

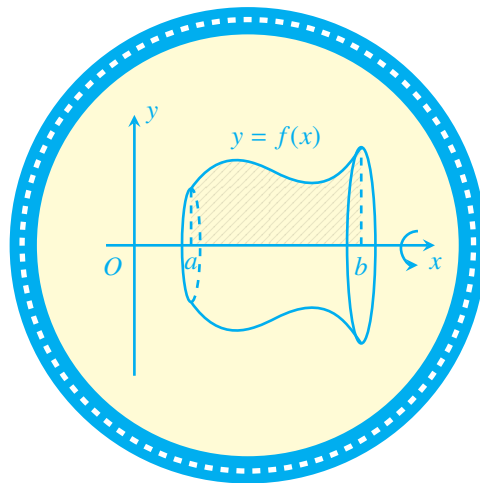
PHÂN LOẠI CÂU HỎI
TRONG CÁC ĐỀ THI THPT QUỐC GIA
MÔN TOÁN
CỦA BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO



Đồng Hới, tháng 11-2020

TRƯỜNG THPT PHAN ĐÌNH PHÙNG

PHÂN LOẠI CÂU HỎI
TRONG CÁC ĐỀ THI THPT QUỐC GIA
MÔN TOÁN
CỦA BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO



Đồng Hới, tháng 11-2020

Mục lục

Chuyên đề 1. Ứng Dụng Của Đạo Hàm Để Khảo Sát Và Vẽ Đồ Thị Của Hàm Số	7
§1. Tính Đơn Điều Của Hàm Số	7
§2. Cực Trị Của Hàm Số	14
§3. Giá Trị Lớn Nhất Và Giá Trị Nhỏ Nhất Của Hàm Số	19
§4. Đường Tiệm Cận Của Đồ Thị Hàm Số	27
§5. Khảo Sát Sự Biến Thiên Và Vẽ Đồ Thị Của Hàm Số	30
Chuyên đề 2. Khối Đa Diện	51
§1. Khối Đa Diện Và Thể Tích Của Khối Đa Diện	51
§2. Thể Tích Khối Chóp	52
§3. Thể Tích Khối Lăng Trụ	55
§4. Tỷ Số Thể Tích	58
Chuyên đề 3. Hàm Số Lũy Thừa, Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit	65
§1. Lũy Thừa	65
§2. Lôgarit	65
§3. Hàm Số Lũy Thừa, Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit	70
§4. Phương Trình, Bất Phương Trình Mũ	73
§5. Phương Trình, Bất Phương Trình Lôgarit	77
§6. Bài Toán Thực Tế	87
Chuyên đề 4. Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu	91
§1. Mặt Nón	91
§2. Mặt Trụ	94
§3. Mặt Cầu	98
Chuyên đề 5. Nguyên Hàm, Tích Phân Và Ứng Dụng	103
§1. Nguyên Hàm	103
§2. Tích Phân	108
§3. Ứng Dụng Của Tích Phân	118
Chuyên đề 6. Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian	127
§1. Tọa Độ Trong Không Gian	127
§2. Phương Trình Mặt Phẳng	130
§3. Phương Trình Đường Thẳng Trong Không Gian	134
§4. Bài Toán Tổng Hợp	140
Chuyên đề 7. Số Phức	149
§1. Số Phức, Phép Toán Số Phức	149
§2. Biểu Diễn Hình Học Của Số Phức	154
§3. Phương Trình Bậc Hai Nghiệm Phức	157
§4. Cực Trị Số Phức	159

Chuyên đề 8. Tổ Hợp, Xác Suất.....	161
§1. Tổ Hợp	161
§2. Xác Suất	162
Chuyên đề 9. Dãy Số, Giới Hạn, Đạo Hàm	167
§1. Dãy Số, Cấp Số	167
§2. Giới Hạn, Đạo Hàm	168
Chuyên đề 10. Góc Và Khoảng Cách.....	171
§1. Góc	171
§2. Khoảng Cách	175

Chuyên đề 1

Ứng Dụng Của Đạo Hàm Để Khảo Sát Và Vẽ Đồ Thị Của Hàm Số

§1. Tính Đơn Điệu Của Hàm Số

1. Tính đơn điệu của hàm số cho bởi công thức

1.1 (Đề minh họa 2016). Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; -\frac{1}{2})$. D. $(-\frac{1}{2}; +\infty)$.

1.2 (Đề chính thức 2017). Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

1.3 (Đề tham khảo 2017). Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

1.4 (Đề thử nghiệm 2017). Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(\frac{1}{3}; 1)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(\frac{1}{3}; 1)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; \frac{1}{3})$.

1.5 (Đề chính thức 2017). Hàm số $y = \frac{2}{x^2+1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

1.6 (Đề tham khảo 2017). Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = 2x^3 - 5x + 1$. B. $y = \frac{x-2}{x+1}$. C. $y = 3x^3 + 3x - 2$. D. $y = x^4 + 3x^2$.

2. Tính đơn điệu của hàm số cho bởi bảng biến thiên hoặc đồ thị

1.7 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(-1; 0)$.
C. $(0; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			2		1		2		$-\infty$

1.8 (Đề chính thức 2019). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$.
- B. $(2; +\infty)$.
- C. $(0; 2)$.
- D. $(-2; 0)$.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	\searrow	\nearrow	\searrow	\nearrow
		1	3	1	

1.9 (Đề tham khảo 2018). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$.
- B. $(-2; 0)$.
- C. $(0; +\infty)$.
- D. $(0; 2)$.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	\nearrow	\searrow	\nearrow	\searrow
		3	-1	3	$-\infty$

1.10 (Đề chính thức 2020). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$.
- B. $(-1; 1)$.
- C. $(0; 1)$.
- D. $(-\infty; -1)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	\searrow	\nearrow	\searrow	\nearrow
		-1	4	-1	

1.11 (Đề chính thức 2018). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$.
- B. $(-\infty; 0)$.
- C. $(0; 1)$.
- D. $(1; +\infty)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	\searrow	\nearrow	\searrow	\nearrow
		-2	3	-2	

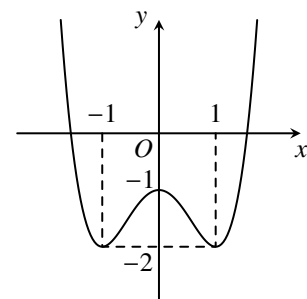
1.12 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$.
- B. $(0; 1)$.
- C. $(-1; 0)$.
- D. $(-\infty; -1)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	\searrow	\nearrow	\searrow
		2	-1	2	$-\infty$

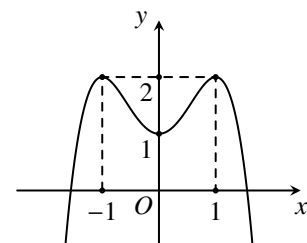
1.13 (Đề tham khảo 2019). Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$.
- B. $(-1; 0)$.
- C. $(-\infty; -1)$.
- D. $(0; 1)$.



1.14 (Đề chính thức 2020). Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

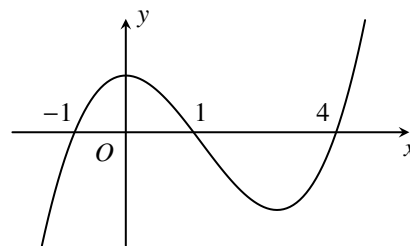
- A. $(-1; 0)$.
- B. $(0; 1)$.
- C. $(-\infty; 0)$.
- D. $(1; +\infty)$.



3. Tính đơn điệu của hàm số hợp

1.15 (Đề tham khảo 2018). Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(2 - x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-2; 1)$. B. $(1; 3)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.



1.16 (Đề chính thức 2019). Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$. B. $(4; +\infty)$.
C. $(2; 4)$. D. $(-2; 1)$.

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

1.17 (Đề tham khảo 2019). Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

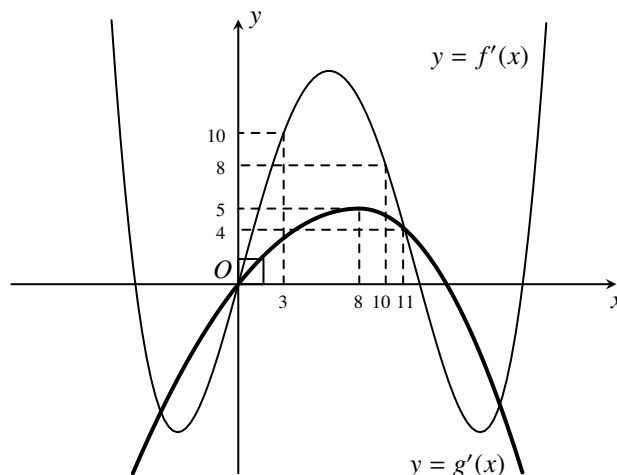
x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = 3f(x + 2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; -1)$.

1.18 (Đề chính thức 2018). Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong **đậm hơn** là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f(x + 4) - g\left(2x - \frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(6; \frac{25}{4}\right)$. B. $\left(\frac{9}{4}; 3\right)$.
C. $\left(\frac{31}{5}; +\infty\right)$. D. $\left(5; \frac{31}{5}\right)$.



4. Điều kiện đơn điệu của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

1.19 (Đề tham khảo 2020). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 4.

1.20 (Đề chính thức 2017). Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. 7. B. 4. C. 6. D. 5.

1.21 (Đề tham khảo 2017). Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

5. Điều kiện đơn điệu của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$

1.22 (Đề chính thức 2020). Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x + 4}{x + m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -7)$ là

- A. $(4; +\infty)$. B. $[4; 7)$. C. $(4; 7)$. D. $(4; 7]$.

1.23 (Đề chính thức 2018). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x + 2}{x + 5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$?

- A. 3. B. 1. C. Vô số. D. 2.

1.24 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $f(x) = \frac{mx - 4}{x - m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

1.25 (Đề minh họa 2016). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{4})$.

- A. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$. B. $1 \leq m < 2$.
C. $m \leq 0$. D. $m \geq 2$.

§2. Cực Trị Của Hàm Số

1. Cực trị của hàm số cho bởi công thức

1.26 (Đề chính thức 2019). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x + 2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

1.27 (Đề tham khảo 2019). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x - 1)(x + 2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 1.

1.28 (Đề chính thức 2020). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x - 1)(x + 4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

1.29 (Đề minh họa 2016). Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

- A. $y_{CD} = -1$. B. $y_{CD} = 0$. C. $y_{CD} = 1$. D. $y_{CD} = 4$.

1.30 (Đề thử nghiệm 2017). Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Cực tiểu của hàm số bằng 2. B. Cực tiểu của hàm số bằng -6.
C. Cực tiểu của hàm số bằng -3. D. Cực tiểu của hàm số bằng 1.

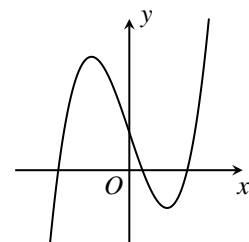
1.31 (Đề chính thức 2017). Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?

- A. $N(1; -10)$. B. $M(0; -1)$. C. $Q(-1; 10)$. D. $P(1; 0)$.

2. Cực trị của hàm số cho bởi bảng biến thiên hoặc đồ thị

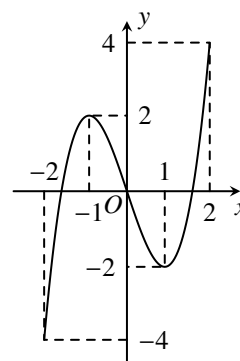
1.32 (Đề chính thức 2018). Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.



1.33 (Đề thử nghiệm 2017). Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.



1.34 (Đề chính thức 2020). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = -1$. B. $x = 3$.
C. $x = -3$. D. $x = 2$.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		2		$-\infty$

1.35 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. 2. C. -4. D. 0.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		2		-4		$+\infty$

1.36 (Đề tham khảo 2018). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 0$. B. $x = 5$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		1		5		$-\infty$

1.37 (Đề chính thức 2019). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = -1$. B. $x = -3$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-3		1		$-\infty$

1.38 (Đề tham khảo 2019). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 5.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		1		5		$-\infty$

1.39 (Đề chính thức 2017). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.
B. Hàm số có ba điểm cực trị.
C. Hàm số có hai điểm cực tiểu.
D. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		0		3		0		$+\infty$

1.40 (Đề chính thức 2020). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 0. C. 3. D. -5.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+

$f(x)$	$-\infty$	↗ 2 ↘		$+\infty$
				↗ -5 ↘

1.41 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -1$. B. $x = 1$.
C. $x = 2$. D. $x = -2$.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+

$f(x)$	$-\infty$	↗ 1 ↘		$+\infty$
				↗ -2 ↘

1.42 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

1.43 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

1.44 (Đề chính thức 2020). Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

3. Điều kiện để hàm số đạt cực trị tại x_0

1.45 (Đề chính thức 2018). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m - 2)x^5 - (m^2 - 4)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

- A. 4. B. 5. C. 3. D. Vô số.

4. Cực trị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

1.46 (Đề thử nghiệm 2017). Biết $M(0; 2), N(2; -2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

- A. $y(-2) = 2$. B. $y(-2) = -18$. C. $y(-2) = 6$. D. $y(-2) = 22$.

1.47 (Đề tham khảo 2017). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $y = 5x - 9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A. 6. B. -6. C. 3. D. 0.

5. Cực trị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$

1.48 (Đề tham khảo 2017). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m - 1)x^4 - 2(m - 3)x^2 + 1$ không có cực đại.

- A. $m \leq 1$. B. $1 < m \leq 3$. C. $1 \leq m \leq 3$. D. $m \geq 1$.

1.49 (Đề minh họa 2016). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

- A. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. B. $m = 1$. C. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. D. $m = -1$.

§3. Giá Trị Lớn Nhất Và Giá Trị Nhỏ Nhất Của Hàm Số

1. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số cho bởi công thức

1.50 (Đề chính thức 2020). Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 4$ trên đoạn $[0; 9]$ bằng

- A. -13 . B. -29 . C. -4 . D. -28 .

1.51 (Đề tham khảo 2020). Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. 1. B. 12. C. 37. D. 33.

1.52 (Đề chính thức 2018). Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. 54. B. 9. C. 2. D. 201.

1.53 (Đề chính thức 2020). Giá trị nhỏ nhất của của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. -45 . B. $32\sqrt{2}$. C. $-32\sqrt{2}$. D. -40 .

1.54 (Đề tham khảo 2018). Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. 122. B. 50. C. 1. D. 5.

1.55 (Đề tham khảo 2020). Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. -23 . B. -7 . C. 2. D. -22 .

1.56 (Đề minh họa 2016). Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

- A. $\min_{[2;4]} y = 6$. B. $\min_{[2;4]} y = -3$. C. $\min_{[2;4]} y = \frac{3}{2}$. D. $\min_{[2;4]} y = -2$.

1.57 (Đề chính thức 2019). Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. 4. B. -16 . C. 20. D. 0.

1.58 (Đề chính thức 2017). Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $m = 0$. B. $m = -2$. C. $m = 3$. D. $m = 11$.

1.59 (Đề chính thức 2017). Cho hàm số $y = \frac{x + m}{x - 1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[2;4]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $3 < m \leq 4$. B. $1 \leq m < 3$. C. $m < -1$. D. $m > 4$.

1.60 (Đề tham khảo 2017). Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $\min_{(0;+\infty)} y = 7$. B. $\min_{(0;+\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$. C. $\min_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$. D. $\min_{(0;+\infty)} y = \frac{33}{5}$.

2. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số cho bởi bảng biến thiên hoặc đồ thị

1.61 (Đề minh họa 2016). Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình bên. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+		- 0 +	
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

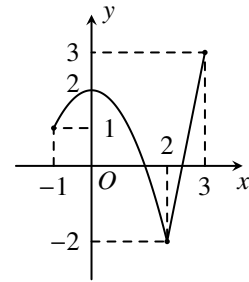
- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
- B. Hàm số có đúng một cực trị.
- C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

1.62 (Đề tham khảo 2017). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-	0 +	0 -	
y	$+\infty$	4	5	$-\infty$

- A. $\max_{\mathbb{R}} y = 5$.
- B. $\min_{\mathbb{R}} y = 4$.
- C. $y_{CD} = 5$.
- D. $y_{CT} = 0$.

1.63 (Đề tham khảo 2019). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



- A. 0.
- B. 1.
- C. 5.
- D. 4.

3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối

1.64 (Đề tham khảo 2018). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

- A. 6.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 0.

1.65 (Đề tham khảo 2020). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

- A. -16 .
- B. 16.
- C. -12 .
- D. -2 .

1.66 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $f(x) = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max_{[0;1]} |f(x)| + \min_{[0;1]} |f(x)| = 2$. Số phần tử của S là

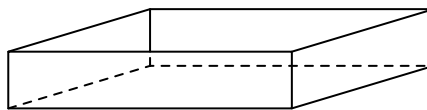
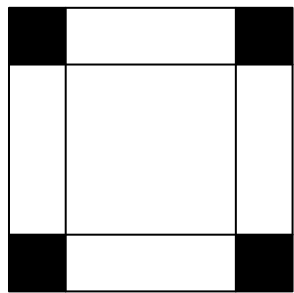
- A. 4.
- B. 6.
- C. 1.
- D. 2.

4. Ứng dụng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong bài toán thực tế

1.67 (Đề thử nghiệm 2017). Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 54 (m/s).
- B. 30 (m/s).
- C. 216 (m/s).
- D. 400 (m/s).

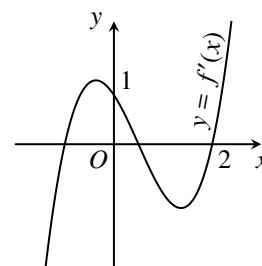
1.68 (Đề minh họa 2016). Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



- A. $x = 6$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = 4$.

5. Ứng dụng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong bài toán giải phương trình, bất phương trình

1.69 (Đề chính thức 2019). Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) < x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi



- A. $m > f(2) - 2$. B. $m \geq f(0)$.
 C. $m \geq f(2) - 2$. D. $m > f(0)$.

1.70 (Đề tham khảo 2018). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$\sqrt[3]{m + 3\sqrt{m + 3 \sin x}} = \sin x$$

có nghiệm thực?

- A. 3. B. 2. C. 5. D. 7.

6. Ứng dụng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong bài toán tìm điều kiện để hàm số đơn điệu trên khoảng cho trước

1.71 (Đề chính thức 2020). Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (4 - m)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

- A. $(-\infty; 4]$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-\infty; 1]$. D. $(-\infty; 4)$.

1.72 (Đề tham khảo 2019). Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m - 9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; -\frac{3}{4}]$. C. $(-\infty; 0]$. D. $[-\frac{3}{4}; +\infty)$.

1.73 (Đề tham khảo 2018). Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 3. B. 0. C. 5. D. 4.

§4. Đường Tiệm Cận Của Đồ Thị Hàm Số

1. Đường tiệm cận của hàm số cho bởi công thức

1.74 (Đề minh họa 2016). Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
 B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

1.75 (Đề thử nghiệm 2017). Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$?

- A. $y = -1$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $y = 2$.

1.76 (Đề chính thức 2020). Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $y = -1$. C. $y = 4$. D. $y = 1$.

1.77 (Đề chính thức 2020). Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là

- A. $x = 1$. B. $x = 2$. C. $x = -1$. D. $x = -2$.

1.78 (Đề tham khảo 2020). Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = 1$. B. $y = -2$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

1.79 (Đề tham khảo 2018). Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{x^2}{x^2+1}$. B. $y = \frac{x^2-3x+2}{x-1}$. C. $y = \sqrt{x^2-1}$. D. $y = \frac{x}{x+1}$.

1.80 (Đề tham khảo 2020). Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$ là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

1.81 (Đề chính thức 2017). Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

1.82 (Đề chính thức 2018). Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

1.83 (Đề thử nghiệm 2017). Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$

- A. $x = -3$ và $x = -2$. B. $x = 3$ và $x = 2$. C. $x = -3$. D. $x = 3$.

2. Đường tiệm cận của hàm số cho bởi bảng biến thiên hoặc đồ thị

1.84 (Đề tham khảo 2019). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y		2	$+\infty$	3	5

1.85 (Đề tham khảo 2017). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

x	$-\infty$	-2		0	$+\infty$
y'			+		-
y			$-\infty$	$+\infty$	0

1.86 (Đề chính thức 2019). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-		-	0		+
y		2	$+\infty$		$-\infty$		$+\infty$

3. Đường tiệm cận của hàm số chứa tham số

1.87 (Đề minh họa 2016). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số

$$y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$$

có hai tiệm cận ngang.

- A. $m > 0$.
- B. $m = 0$.
- C. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.
- D. $m < 0$.

§5. Khảo Sát Sự Biến Thiên Và Vẽ Đồ Thị Của Hàm Số

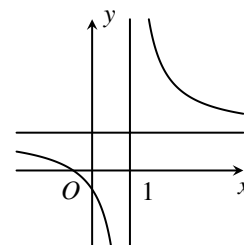
1. Nhận dạng hàm số dựa vào bảng biến thiên hoặc đồ thị

1.88 (Đề chính thức 2017). Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}$$

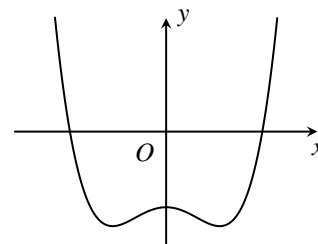
với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- B. $y' > 0, \forall x \neq 1$.
- C. $y' < 0, \forall x \neq 1$.
- D. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.



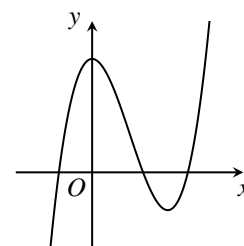
1.89 (Đề chính thức 2017). Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^4 + x^2 - 1$.
- B. $y = x^3 - x^2 - 1$.
- C. $y = x^4 - x^2 - 1$.
- D. $y = -x^3 + x^2 - 1$.



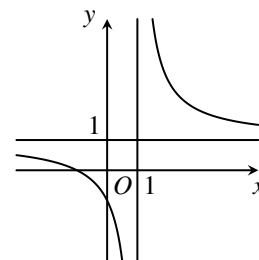
1.90 (Đề chính thức 2019). Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$.
- B. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.
- C. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.
- D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.



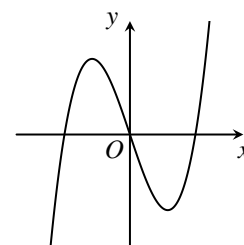
1.91 (Đề tham khảo 2019). Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x^3 - 3x - 1$.
- B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.
- C. $y = x^4 + x^2 + 1$.
- D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.



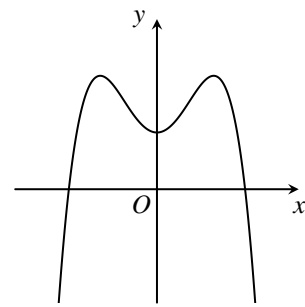
1.92 (Đề tham khảo 2020). Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = x^4 - 2x^2$.
- B. $y = x^3 - 3x$.
- C. $y = -x^3 + 3x$.
- D. $y = -x^4 + 2x^2$.



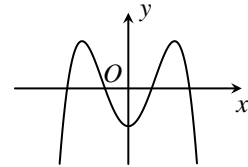
1.93 (Đề chính thức 2020). Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.
 C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.



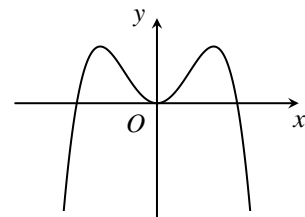
1.94 (Đề chính thức 2018). Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x^4 - 3x^2 - 1$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.
 C. $y = -x^4 + 3x^2 - 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.



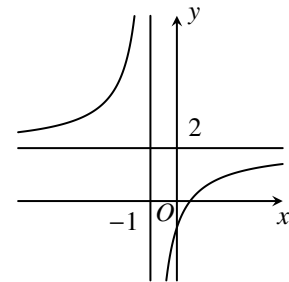
1.95 (Đề tham khảo 2020). Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = x^4 - 2x^2$. B. $y = -x^3 + 3x^2$.
 C. $y = x^3 - 3x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.



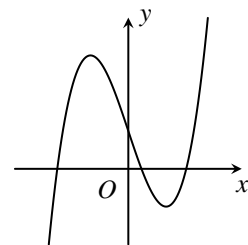
1.96 (Đề tham khảo 2017). Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{2x+3}{x+1}$. C. $y = \frac{2x-2}{x-1}$. D. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.



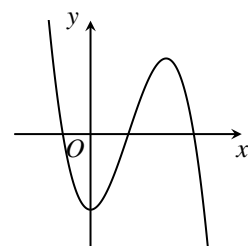
1.97 (Đề minh họa 2016). Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -x^2 + x - 1$.
 C. $y = x^4 - x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x + 1$.



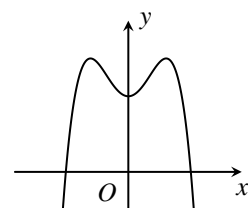
1.98 (Đề chính thức 2020). Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 2$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.
 C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.



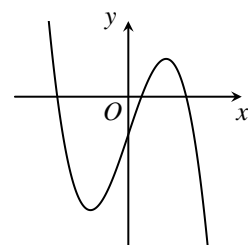
1.99 (Đề tham khảo 2018). Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.
 C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.



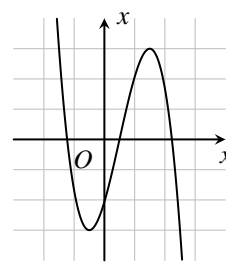
1.100 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0; d < 0$. B. $a > 0; d > 0$. C. $a < 0; d > 0$. D. $a < 0; d < 0$.



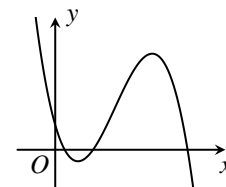
1.101 (Đề thử nghiệm 2017). Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$. B. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.
 C. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$. D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.



1.102 (Đề chính thức 2020). Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.



1.103 (Đề chính thức 2020). Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		3		-5		$+\infty$

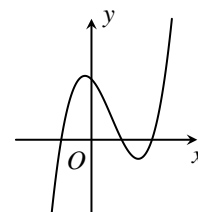
1.104 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như hình bên. Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

x	$-\infty$	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+		+		
$f(x)$	1		$+\infty$		$-\infty$	1

2. Đồ thị của hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối

1.105 (Đề tham khảo 2017). Hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |x-2|(x^2-1)$?



- A. B. C. D.

1.106 (Đề tham khảo 2018). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$$y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$$

có 7 điểm cực trị?

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 6.

3. Điểm thuộc đồ thị, tính chất đồ thị

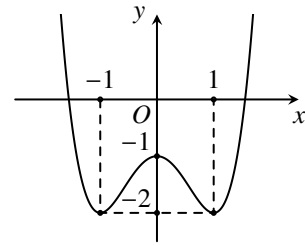
1.107 (Đề chính thức 2018). Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C) . Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C) , đoạn thẳng AB có độ dài bằng

- A. $\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 2.

4. Xác định số nghiệm phương trình dựa vào bảng biến thiên hoặc đồ thị

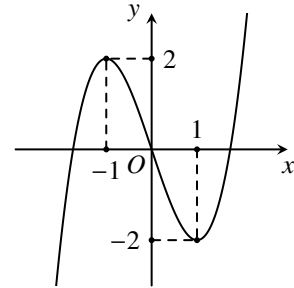
1.108 (Đề chính thức 2020). Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -\frac{1}{2}$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.



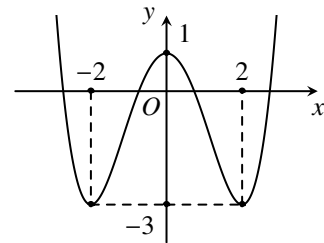
1.109 (Đề chính thức 2020). Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.



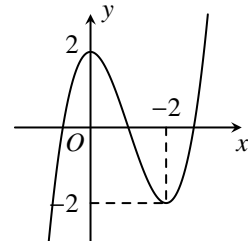
1.110 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.



1.111 (Đề chính thức 2018). Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.



1.112 (Đề tham khảo 2019). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+
y	$+\infty$	-2	1	-2	$+\infty$

1.113 (Đề tham khảo 2018). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

1.114 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

1.115 (Đề thử nghiệm 2017). Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		-	+	0	-		
$f(x)$	$+\infty$	\searrow	-1	\nearrow	2	\searrow	$-\infty$

- A. $(-1; 2)$. B. $[-1; 2]$.
 C. $(-1; 2]$. D. $(-\infty; 2]$.

1.116 (Đề chính thức 2019). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y	$-\infty$	\nearrow	3	\searrow	-1	\nearrow	3	\searrow	$-\infty$

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

5. Sự tương giao của hai đồ thị

1.117 (Đề tham khảo 2020). Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục hoành là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

1.118 (Đề tham khảo 2017). Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) . Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

1.119 (Đề chính thức 2020). Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 6x$ với trục hoành là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

1.120 (Đề thử nghiệm 2017). Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 0.

1.121 (Đề chính thức 2020). Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

1.122 (Đề minh họa 2016). Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

- A. $y_0 = 4$. B. $y_0 = 2$. C. $y_0 = 0$. D. $y_0 = -1$.

1.123 (Đề chính thức 2017). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB = BC$.

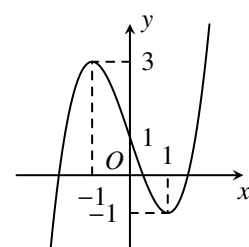
- A. $m \in \left(-\frac{5}{4}; +\infty\right)$. B. $m \in (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$.
 C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m \in (-2; +\infty)$.

1.124 (Đề chính thức 2019). Cho hai hàm số $y = \frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-1} + \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1}$ và $y = |x+2| - x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2) . Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 4 điểm phân biệt là

- A. $[2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2]$.

6. Tương giao của hàm số hợp

1.125 (Đề tham khảo 2019). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là



- A. $[-1; 1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-1; 3)$. D. $[-1; 3)$.

1.126 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\sin x) = 1$ là

- A. 4. B. 6. C. 7. D. 5.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$		2		0		2		$-\infty$

1.127 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x) + 3 = 0$ là

- A. 3. B. 6. C. 8. D. 4.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		-1		-2		$+\infty$

1.128 (Đề chính thức 2020). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $5f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 24. B. 20. C. 25. D. 21.

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		2		-3		$+\infty$

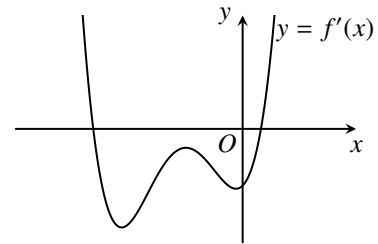
1.129 (Đề chính thức 2019). Cho hàm số $y = f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là

- A. 3. B. 7. C. 5. D. 9.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$					
$f'(x)$		$+$		2		$-$		$+$		
		$+\infty$		-3		2		-1		$+\infty$

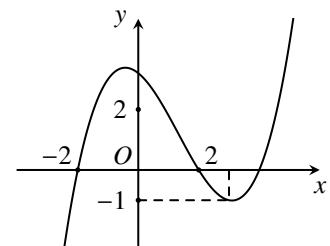
1.130 (Đề chính thức 2020). Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$. Biết $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^3) - x|$ là

- A. 6. B. 3. C. 5. D. 4.



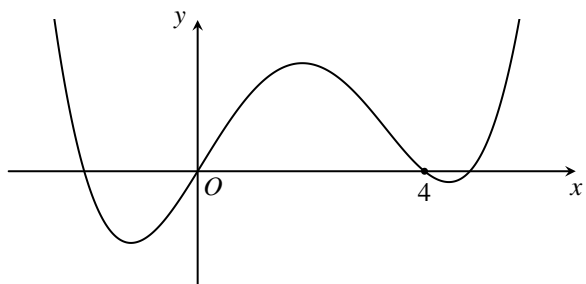
1.131 (Đề chính thức 2019). Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \frac{4}{3}$ là

- A. 4. B. 7. C. 8. D. 3.



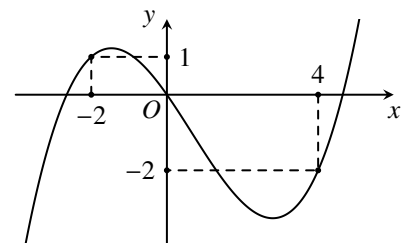
1.132 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là

- A. 11. B. 5. C. 3. D. 7.



1.133 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} , đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hàm số $g(x) = f(1 - 2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; 3)$. B. $(-2; -1)$. C. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. D. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.



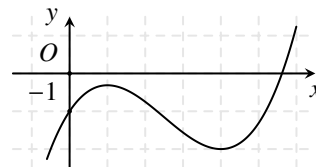
1.134 (Đề chính thức 2020). Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^4 [f(x+1)]^2$ là

- A. 5. B. 11. C. 9. D. 7.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$					
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		
y	$+\infty$			3			-2			$+\infty$

1.135 (Đề chính thức 2020). Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ là

- A. 6. B. 4. C. 8. D. 5.



7. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số

1.136 (Đề chính thức 2018). Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{2}x^2$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 6(x_1 - x_2)$?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Chuyên đề 2

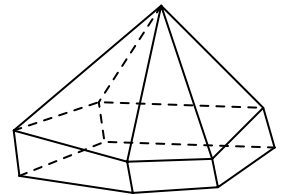
Khối Đa Diện

§1. Khối Đa Diện Và Thể Tích Của Khối Đa Diện

1. Xác định số đỉnh, cạnh, mặt của khối đa diện

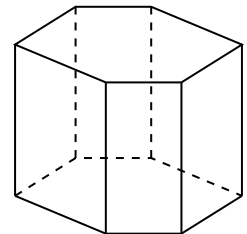
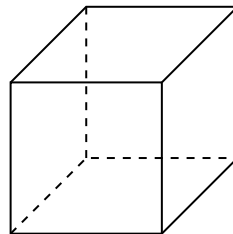
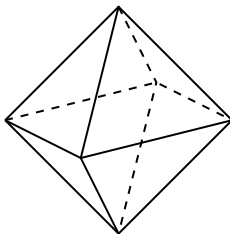
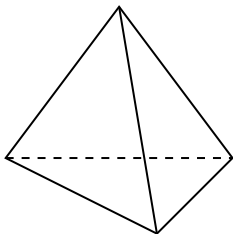
2.1 (Đề tham khảo 2017). Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

- A. 12. B. 11. C. 10. D. 6.



2. Tính chất đối xứng

2.2 (Đề thử nghiệm 2017). Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?



- A. Tứ diện đều. B. Bát diện đều.
C. Hình lập phương. D. Lăng trụ lục giác đều.

2.3 (Đề chính thức 2017). Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 9 mặt phẳng. B. 4 mặt phẳng. C. 3 mặt phẳng. D. 6 mặt phẳng.

§2. Thể Tích Khối Chóp

1. Công thức, lý thuyết

2.4 (Đề tham khảo 2018). Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{6}Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

2.5 (Đề tham khảo 2020). Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 4. B. 12. C. 6. D. 36.

2.6 (Đề chính thức 2020). Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 2a^2$ và chiều cao $h = 6a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $6a^3$. B. $12a^3$. C. $2a^3$. D. $4a^3$.

2.7 (Đề chính thức 2020). Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 12. B. 6. C. 3. D. 4.

2.8 (Đề chính thức 2018). Cho khối chóp có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $4a^3$. B. $\frac{2}{3}a^3$. C. $2a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.

2.9 (Đề thử nghiệm 2017). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

- A. $h = \frac{\sqrt{3}a}{3}$. B. $h = \sqrt{3}a$. C. $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. D. $h = \frac{\sqrt{3}a}{6}$.

2. Khối chóp có cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy

2.10 (Đề minh họa 2016). Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \sqrt{2}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

2.11 (Đề tham khảo 2017). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. B. $V = \sqrt{3}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

2.12 (Đề chính thức 2017). Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = \sqrt{2}a^3$.

3. Khối chóp đều

2.13 (Đề tham khảo 2019). Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{8a^3}{3}$. D. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$.

2.14 (Đề chính thức 2017). Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

4. Khối chóp khác

2.15 (Đề minh họa 2016). Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $h = \frac{2}{3}a$. B. $h = \frac{3}{4}a$. C. $h = \frac{4}{3}a$. D. $h = \frac{8}{3}a$.

2.16 (Đề tham khảo 2020). Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. a^3 .

§3. Thể Tích Khối Lăng Trụ

1. Công thức, lý thuyết

2.17 (Đề chính thức 2019). Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

- A. Bh . B. $\frac{4}{3}Bh$. C. $\frac{1}{3}Bh$. D. $3Bh$.

2.18 (Đề tham khảo 2020). Thể tích của khối lập phương cạnh 2 bằng

- A. 4. B. 8. C. 6. D. 2.

2.19 (Đề tham khảo 2019). Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

- A. $8a^3$. B. $6a^3$. C. $2a^3$. D. a^3 .

2.20 (Đề tham khảo 2020). Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A. 18. B. 72. C. 216. D. 36.

2.21 (Đề chính thức 2020). Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. 10. B. 60. C. 12. D. 20.

2.22 (Đề chính thức 2020). Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 18. B. 9. C. 6. D. 3.

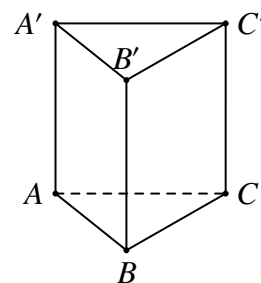
2. Khối lăng trụ đứng

2.23 (Đề minh họa 2016). Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

- A. $V = \frac{1}{3}a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $V = 3\sqrt{3}a^3$. D. $V = a^3$.

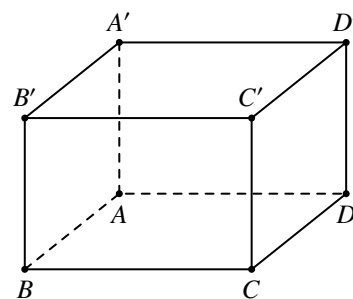
2.24 (Đề chính thức 2019). Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{3}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{2}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.



2.25 (Đề tham khảo 2020). Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $BD = a\sqrt{3}$ và $AA' = 4a$ (minh họa như hình bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $2\sqrt{3}a^3$. D. $4\sqrt{3}a^3$.



2.26 (Đề tham khảo 2017). Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

3. Khối lăng trụ xiên

2.27 (Đề chính thức 2018). Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông

góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. 1. D. 2.

4. Bài toán thực tế về khối lăng trụ

2.28 (Đề chính thức 2018). Ông A dự định sử dụng hết $6,5 \text{ m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

- A. $1,33 \text{ m}^3$. B. $1,50 \text{ m}^3$. C. $1,61 \text{ m}^3$. D. $2,26 \text{ m}^3$.

§4. Tỷ Số Thể Tích

1. Khối chóp

2.29 (Đề thử nghiệm 2017). Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm tam giác BCD . Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$.

- A. $V = 3$. B. $V = 5$. C. $V = 4$. D. $V = 6$.

2.30 (Đề thử nghiệm 2017). Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

- A. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{16}{3}$. C. $V = \frac{8}{3}$. D. $V = \frac{16\sqrt{3}}{3}$.

2.31 (Đề minh họa 2016). Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a, AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

- A. $V = \frac{7}{2}a^3$. B. $V = 7a^3$. C. $V = 14a^3$. D. $V = \frac{28}{3}a^3$.

2.32 (Đề tham khảo 2017). Cho khối tứ diện có thể tích V . Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

- A. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$. B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$. C. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$.

2.33 (Đề chính thức 2020). Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O . Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

- A. $\frac{20\sqrt{14}a^3}{81}$. B. $\frac{40\sqrt{14}a^3}{81}$. C. $\frac{2\sqrt{14}a^3}{9}$. D. $\frac{10\sqrt{14}a^3}{81}$.

2.34 (Đề chính thức 2017). Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

- A. $V = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{18}$. C. $V = \frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$. D. $V = \frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$.

2.35 (Đề chính thức 2020). Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3a$, cạnh bên bằng $\frac{3\sqrt{3}a}{2}$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng $(SAB), (SBC), (SCD)$ và (SDA) . Thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng

- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{9a^3}{32}$. C. $\frac{9a^3}{16}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

2. Khối lăng trụ

2.36 (Đề tham khảo 2019). Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB' . Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P , đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q . Thể tích của khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. 1. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

2.37 (Đề tham khảo 2020). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M, N, P và Q lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', BCC'B', CDD'C'$ và $DAA'D'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, D, M, N, P và Q bằng

- A. 36. B. 18. C. 27. D. 30.

2.38 (Đề chính thức 2019). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 6. Gọi M, N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

- A. $30\sqrt{3}$. B. $21\sqrt{3}$. C. $36\sqrt{3}$. D. $27\sqrt{3}$.

2.39 (Đề tham khảo 2018). Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE . Thể tích của khối đa diện $ABCDS EF$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{11}{12}$. D. $\frac{7}{6}$.

Chuyên đề 3

Hàm Số Lũy Thừa, Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit

§1. Lũy Thừa

3.1 (Đề thử nghiệm 2017). Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $P = x^{\frac{1}{4}}$. B. $P = x^{\frac{13}{24}}$. C. $P = x^{\frac{2}{3}}$. D. $P = x^{\frac{1}{2}}$.

3.2 (Đề tham khảo 2017). Tính giá trị của biểu thức $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2017} (4\sqrt{3} - 7)^{2016}$.

- A. $P = 7 + 4\sqrt{3}$. B. $P = 7 - 4\sqrt{3}$.
C. $P = 1$. D. $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2016}$.

§2. Lôgarit

1. Công thức, lý thuyết

3.3 (Đề tham khảo 2018). Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$. B. $\log(3a) = 3 \log a$. C. $\log a^3 = 3 \log a$. D. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

3.4 (Đề thử nghiệm 2017). Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$. B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.
C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. D. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

3.5 (Đề minh họa 2016). Cho hai số thực a và b , với $1 < a < b$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $\log_b a < \log_a b < 1$. B. $\log_b a < 1 < \log_a b$. C. $\log_a b < 1 < \log_b a$. D. $1 < \log_a b < \log_b a$.

2. Tính toán, rút gọn

3.6 (Đề tham khảo 2020). Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(a^2)$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \log_2 a$. B. $2 + \log_2 a$. C. $2 \log_2 a$. D. $\frac{1}{2} + \log_2 a$.

3.7 (Đề chính thức 2020). Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(4a)$ bằng

- A. $1 + \log_4 a$. B. $4 + \log_4 a$. C. $4 - \log_4 a$. D. $1 - \log_4 a$.

3.8 (Đề tham khảo 2017). Cho a là số thực dương, $a \neq 1$ và $P = \log \sqrt[3]{a} a^3$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $P = \frac{1}{3}$. B. $P = 1$. C. $P = 9$. D. $P = 3$.

3.9 (Đề chính thức 2019). Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^2$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_5 a$. B. $2 \log_5 a$. C. $\frac{1}{2} \log_5 a$. D. $2 + \log_5 a$.

3.10 (Đề chính thức 2017). Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = 2$. C. $I = -2$. D. $I = 0$.

3.11 (Đề tham khảo 2019). Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log(ab^2)$ bằng

- A. $2(\log a + \log b)$. B. $\log a + 2 \log b$. C. $\log a + \frac{1}{2} \log b$. D. $2 \log a + \log b$.

3.12 (Đề chính thức 2020). Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng

- A. $5 \log_a b$. B. $\frac{1}{5} \log_a b$. C. $\frac{1}{5} + \log_a b$. D. $5 + \log_a b$.

3.13 (Đề tham khảo 2020). Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(a^3)$ bằng

- A. $\frac{3}{2} \log_2 a$. B. $3 \log_2 a$. C. $\frac{1}{3} \log_2 a$. D. $3 + \log_2 a$.

3.14 (Đề chính thức 2018). Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng

- A. $\ln \frac{5}{3}$. B. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$. C. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$. D. $\ln(2a)$.

3.15 (Đề chính thức 2019). Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4 b = 16$. Giá trị của $4 \log_2 a + \log_2 b$ bằng

- A. 16. B. 2. C. 8. D. 4.

3.16 (Đề thử nghiệm 2017). Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a - \log_2 b$. B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3 \log_2 a + \log_2 b$.
C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b$. D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3 \log_2 a - \log_2 b$.

3.17 (Đề tham khảo 2020). Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $a^3 = b$. B. $a = b$. C. $a = b^2$. D. $a^2 = b$.

3.18 (Đề chính thức 2017). Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $P = 6 \log_a b$. B. $P = 27 \log_a b$. C. $P = 15 \log_a b$. D. $P = 9 \log_a b$.

3.19 (Đề minh họa 2016). Cho các số thực dương a, b , với $a \neq 1$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$. B. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$.
C. $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b$. D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

3.20 (Đề tham khảo 2020). Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_3(3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $4a + 2b = 1$. B. $4ab = 1$. C. $2a + 4b = 1$. D. $a + 2b = 2$.

3.21 (Đề chính thức 2020). Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a - 2 \log_4 b = 3$, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $a = 6b$. B. $a = 8b^2$. C. $a = 8b$. D. $a = 8b^4$.

3.22 (Đề chính thức 2020). Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(a^2 b)} = 3a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 2. B. 12. C. 3. D. 6.

3.23 (Đề tham khảo 2017). Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1, a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$.

Tính $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$.

- A. $P = -1 - \sqrt{3}$. B. $P = -1 + \sqrt{3}$. C. $P = -5 + 3\sqrt{3}$. D. $P = -5 - 3\sqrt{3}$.

- 3.24 (Đề tham khảo 2018).** Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5^{100}$ bằng
- A. 248. B. 290. C. 247. D. 229.

3. Biểu diễn lôgarit

- 3.25 (Đề tham khảo 2019).** Đặt $\log_3 2 = a$, khi đó $\log_{16} 27$ bằng
- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{4}{3a}$. C. $\frac{4a}{3}$. D. $\frac{3}{4a}$.
- 3.26 (Đề minh họa 2016).** Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .
- A. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$. B. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$.
 C. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$. D. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}$.
- 3.27 (Đề chính thức 2017).** Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.
- A. $P = \frac{12}{7}$. B. $P = \frac{7}{12}$. C. $P = \frac{1}{12}$. D. $P = 12$.

4. Cực trị lôgarit

- 3.28 (Đề thử nghiệm 2017).** Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất P_{\min} của biểu thức $P = \log_{\frac{a}{b}}^2(a^2) + 3 \log_b\left(\frac{a}{b}\right)$.
- A. $P_{\min} = 13$. B. $P_{\min} = 19$. C. $P_{\min} = 14$. D. $P_{\min} = 15$.

§3. Hàm Số Lũy Thừa, Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit

1. Tìm tập xác định

- 3.29 (Đề chính thức 2020).** Tập xác định của hàm số $y = 4^x$ là
- A. \mathbb{R} . B. $(0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $[0; +\infty)$.
- 3.30 (Đề chính thức 2020).** Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là
- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.
- 3.31 (Đề tham khảo 2020).** Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là
- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.
- 3.32 (Đề chính thức 2017).** Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{3}}$.
- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. C. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.
- 3.33 (Đề minh họa 2016).** Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$.
- A. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (-1; 3)$.
 C. $\mathcal{D} = [-1; 3]$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.
- 3.34 (Đề chính thức 2017).** Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \log_5 \frac{x-3}{x+2}$.
- A. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
 C. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-2; 3)$.

2. Tính đạo hàm

- 3.35 (Đề tham khảo 2017).** Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log x$.
- A. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$. B. $y' = \frac{1}{x}$. C. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$. D. $y' = \frac{\ln 10}{x}$.

3.36 (Đề minh họa 2016). Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$.

- A. $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$. B. $y' = 13^x \cdot \ln 13$. C. $y' = 13^x$. D. $y' = x \cdot 13^{x-1}$.

3.37 (Đề tham khảo 2019). Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2x)$ có đạo hàm

- A. $f'(x) = \frac{\ln 2}{x^2 - 2x}$. B. $f'(x) = \frac{(2x - 2) \ln 2}{x^2 - 2x}$.
 C. $f'(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x) \ln 2}$. D. $f'(x) = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x) \ln 2}$.

3.38 (Đề thử nghiệm 2017). Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 + \sqrt{x+1})$.

- A. $y' = \frac{2}{\sqrt{x+1}(1 + \sqrt{x+1})}$. B. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1 + \sqrt{x+1})}$.
 C. $y' = \frac{1}{1 + \sqrt{x+1}}$. D. $y' = \frac{1}{\sqrt{x+1}(1 + \sqrt{x+1})}$.

3.39 (Đề chính thức 2019). Hàm số $y = 2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

- A. $(x^2 - 3x) \cdot 2^{x^2-3x-1}$. B. $(2x - 3) \cdot 2^{x^2-3x} \cdot \ln 2$.
 C. $2^{x^2-3x} \cdot \ln 2$. D. $(2x - 3) \cdot 2^{x^2-3x}$.

3.40 (Đề tham khảo 2017). Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

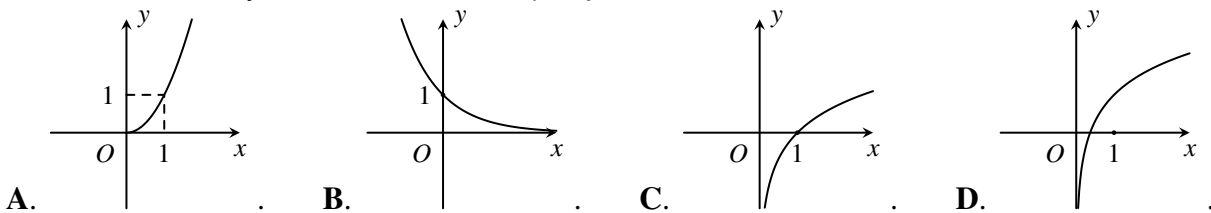
- A. $2y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$. B. $y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$. C. $y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$. D. $2y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$.

3.41 (Đề minh họa 2016). Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$.

- A. $y' = \frac{1 + 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$. B. $y' = \frac{1 + 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$.
 C. $y' = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$. D. $y' = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{x^2}}$.

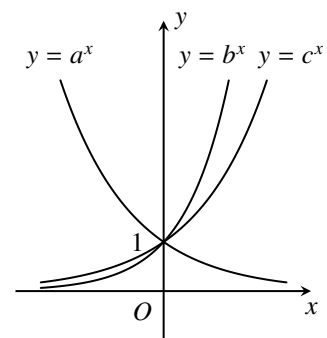
3. Sự biến thiên và đồ thị

3.42 (Đề tham khảo 2017). Cho hàm số $f(x) = x \ln x$. Một trong bốn đồ thị cho trong bốn phương án A, B, C, D dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Tìm đồ thị đó.



3.43 (Đề thử nghiệm 2017). Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $c < a < b$. B. $a < b < c$. C. $b < c < a$. D. $a < c < b$.



3.44 (Đề thử nghiệm 2017). Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. $(-\infty; -1]$. B. $[1; +\infty)$. C. $[-1; 1]$. D. $(-\infty; -1)$.

§4. Phương Trình, Bất Phương Trình Mũ

1. Phương trình cơ bản

- 3.45 (Đề chính thức 2020).** Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là
 A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = -3$. D. $x = -2$.
- 3.46 (Đề chính thức 2018).** Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là
 A. $x = 3$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. $x = 2$. D. $x = \frac{5}{2}$.
- 3.47 (Đề thử nghiệm 2017).** Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$.
 A. $x = 9$. B. $x = 10$. C. $x = 3$. D. $x = 4$.
- 3.48 (Đề tham khảo 2020).** Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là
 A. $x = 3$. B. $x = 4$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.
- 3.49 (Đề chính thức 2019).** Nghiệm của phương trình $3^{2x-1} = 27$ là
 A. $x = 5$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 4$.
- 3.50 (Đề tham khảo 2017).** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$.
 A. $S = (-2; +\infty)$. B. $S = (-1; +\infty)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $S = (-\infty; -2)$.
- 3.51 (Đề minh họa 2016).** Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 7^{x^2}$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?
 A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x \log_2 7 < 0$. B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \log_7 2 + x^2 < 0$.
 C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0$. D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0$.
- 3.52 (Đề chính thức 2020).** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13} < 27$ là
 A. $(-4; 4)$. B. $(-4; 4)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 4)$.
- 3.53 (Đề tham khảo 2019).** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là
 A. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$.
 C. $(-1; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

2. Phương pháp đưa về cùng cơ số

- 3.54 (Đề chính thức 2020).** Nghiệm của phương trình $2^{2x-3} = 2^x$ là
 A. $x = 8$. B. $x = -8$. C. $x = -3$. D. $x = 3$.
- 3.55 (Đề tham khảo 2018).** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là
 A. $(0; 64)$. B. $(6; +\infty)$. C. $(-\infty; 6)$. D. $(0; 6)$.
- 3.56 (Đề tham khảo 2020).** Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là
 A. $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$. B. $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$.
 C. $[-2; 4]$. D. $[-4; 2]$.

3. Phương pháp đặt ẩn phụ

- 3.57 (Đề chính thức 2017).** Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^x$, ta được phương trình nào dưới đây?
 A. $2t^2 - 3 = 0$. B. $t^2 + 2t - 3 = 0$. C. $4t - 3 = 0$. D. $t^2 + t - 3 = 0$.
- 3.58 (Đề tham khảo 2020).** Tập nghiệm của bất phương trình $9^x + 2 \cdot 3^x - 3 > 0$ là
 A. $(0; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.
- 3.59 (Đề chính thức 2018).** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?
 A. 6. B. 3. C. 4. D. 13.
- 3.60 (Đề tham khảo 2018).** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $16^x - 2 \cdot 12^x + (m-2) \cdot 9^x = 0$ có nghiệm dương.
 A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

4. Phương pháp hàm số

3.61 (Đề tham khảo 2019). Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) < e^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	0	$-\infty$

- A. $m > f(1) - e$. B. $m \geq f(1) - e$.
 C. $m > f(-1) - \frac{1}{e}$. D. $m \geq f(-1) - \frac{1}{e}$.

3.62 (Đề thử nghiệm 2017). Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3 - m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

- A. $(2; 4)$. B. $[3; 4]$. C. $(3; 4)$. D. $[2; 4]$.

5. Phương trình, bất phương trình nhiều ẩn

3.63 (Đề tham khảo 2020). Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^x = b^y = \sqrt{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

- A. $\left[2; \frac{5}{2}\right)$. B. $[3; 4)$. C. $(1; 2)$. D. $\left[\frac{5}{2}; 3\right)$.

3.64 (Đề chính thức 2020). Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 4x + 6y$ bằng

- A. $\frac{33}{4}$. B. $\frac{49}{8}$. C. $\frac{65}{8}$. D. $\frac{57}{8}$.

§5. Phương Trình, Bất Phương Trình Lôgarit

1. Phương trình, bất phương trình cơ bản

3.65 (Đề tham khảo 2020). Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

- A. $(-\infty; 10)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(10; +\infty)$. D. $[10; +\infty)$.

3.66 (Đề tham khảo 2020). Nghiệm của phương trình $\log_3(2x - 1) = 2$ là

- A. $x = \frac{7}{2}$. B. $x = \frac{9}{2}$. C. $x = 5$. D. $x = 3$.

3.67 (Đề chính thức 2020). Nghiệm của phương trình $\log_2(x + 8) = 5$ là

- A. $x = 40$. B. $x = 2$. C. $x = 24$. D. $x = 17$.

3.68 (Đề tham khảo 2019). Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là

- A. $\{-1; 0\}$. B. $\{0\}$. C. $\{1\}$. D. $\{0; 1\}$.

3.69 (Đề chính thức 2020). Nghiệm của phương trình $\log_3(x - 1) = 2$ là

- A. $x = 8$. B. $x = 10$. C. $x = 7$. D. $x = 9$.

3.70 (Đề minh họa 2016). Giải bất phương trình $\log_2(3x - 1) > 3$.

- A. $x < 3$. B. $\frac{1}{3} < x < 3$. C. $x > \frac{10}{3}$. D. $x > 3$.

3.71 (Đề minh họa 2016). Giải phương trình $\log_4(x - 1) = 3$.

- A. $x = 63$. B. $x = 82$. C. $x = 65$. D. $x = 80$.

3.72 (Đề chính thức 2020). Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(18 - x^2) \geq 2$ là

- A. $(-\infty; 3]$. B. $(0; 3]$.
 C. $[-3; 3]$. D. $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.

3.73 (Đề tham khảo 2019). Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(7 - 3^x) = 2 - x$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 7. D. 3.

3.74 (Đề tham khảo 2018). Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{80}{9}$. C. $\frac{82}{9}$. D. 9.

2. Phương pháp đưa về cùng cơ số

3.75 (Đề thử nghiệm 2017). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

- A. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $S = (-\infty; 2)$. C. $S = (-1; 2)$. D. $S = (2; +\infty)$.

3.76 (Đề chính thức 2019). Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1) + 1 = \log_3(4x+1)$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 3$. C. $x = -3$. D. $x = 2$.

3.77 (Đề tham khảo 2017). Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$.

- A. $S = \{-3; 3\}$. B. $S = \{3\}$. C. $S = \{4\}$. D. $S = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.

3. Phương pháp đặt ẩn phụ

3.78 (Đề chính thức 2017). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 4 \geq 0$.

- A. $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 2) \cup [16; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. D. $S = [2; 16]$.

3.79 (Đề chính thức 2017). Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 81$.

- A. $m = 4$. B. $m = 81$. C. $m = 44$. D. $m = -4$.

3.80 (Đề tham khảo 2020). Cho phương trình $\log_2^2(2x) - (m+2) \log_2 x + m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1; 2]$ là

- A. $[1; 2]$. B. $(1; 2)$. C. $[2; +\infty)$. D. $[1; 2)$.

3.81 (Đề chính thức 2019). Cho phương trình $(4 \log_2^2 x + \log_2 x - 5) \sqrt{7^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

- A. 48. B. 49. C. 47. D. Vô số.

4. Phương pháp hàm số

3.82 (Đề tham khảo 2017). Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong đoạn $[-2017; 2017]$ để phương trình $\log(mx) = 2 \log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

- A. 4014. B. 4015. C. 2017. D. 2018.

3.83 (Đề tham khảo 2017). Hỏi phương trình $3x^2 - 6x + \ln(x+1)^3 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

3.84 (Đề chính thức 2019). Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(3x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. Vô số.

3.85 (Đề chính thức 2018). Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x-m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

- A. 19. B. 9. C. 21. D. 20.

3.86 (Đề chính thức 2020). Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(m; n)$ sao cho $m+n \leq 14$ và ứng với mỗi cặp $(m; n)$ tồn tại đúng 3 số thực $a \in (-1; 1)$ thỏa mãn $2a^m = n \ln(a + \sqrt{a^2 + 1})$?

- A. 14. B. 11. C. 13. D. 12.

5. Phương trình, bất phương trình nhiều ẩn

3.87 (Đề tham khảo 2020). Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x + y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\log_2\left(\frac{3}{2}\right)$. D. $\log_{\frac{3}{2}} 2$.

3.88 (Đề tham khảo 2020). Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y) = \log_4(x^2 + y^2)$?

- A. 3. B. Vô số. C. 2. D. 1.

3.89 (Đề tham khảo 2020). Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_3(3x + 3) + x = 2y + 9^y$?

- A. 4. B. 2019. C. 6. D. 2020.

3.90 (Đề chính thức 2017). Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất P_{\min} của $P = x + y$.

- A. $P_{\min} = \frac{18\sqrt{11} - 29}{21}$. B. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{11} - 3}{3}$.
C. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11} - 19}{9}$. D. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11} + 19}{9}$.

3.91 (Đề chính thức 2018). Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{3a+2b+1}(9a^2+b^2+1) + \log_{6ab+1}(3a+2b+1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

- A. 9. B. $\frac{5}{2}$. C. 6. D. $\frac{7}{2}$.

3.92 (Đề chính thức 2020). Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y)$?

- A. 116. B. 115. C. 58. D. 59.

3.93 (Đề chính thức 2020). Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \leq (x^2 + y^2 - 2x + 2) 4^x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{4y}{2x + y + 1}$ gần nhất với số nào dưới đây?

- A. -3. B. -4. C. -2. D. -5.

§6. Bài Toán Thực Tế

1. Bài toán lãi suất

3.94 (Đề tham khảo 2018). Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số nào dưới đây, nếu trong thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- A. 102.017.000 đồng. B. 102.424.000 đồng. C. 102.016.000 đồng. D. 102.423.000 đồng.

3.95 (Đề minh họa 2016). Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

- A. $m = \frac{100 \times 1,03}{3}$ (triệu đồng). B. $m = \frac{100 \times (1,01)^3}{3}$ (triệu đồng).
C. $m = \frac{120 \times (1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng). D. $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng).

3.96 (Đề chính thức 2017). Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

- A. 12 năm. B. 11 năm. C. 13 năm. D. 14 năm.

3.97 (Đề chính thức 2018). Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 7,5%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền đã gửi, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

- A. 9 năm. B. 12 năm. C. 10 năm. D. 11 năm.

3.98 (Đề tham khảo 2019). Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1%/tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và ông A trả hết nợ sau đúng 5 năm kể từ ngày vay. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây?

- A. 2,25 triệu đồng. B. 2,22 triệu đồng. C. 3,03 triệu đồng. D. 2,20 triệu đồng.

2. Bài toán khác

3.99 (Đề tham khảo 2020). Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt Nam là 93.671.600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr.79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt Nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

- A. 108.311.100. B. 109.256.100. C. 108.374.700. D. 107.500.500.

3.100 (Đề tham khảo 2020). Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỷ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức $P(n) = \frac{1}{1 + 49e^{-0,015n}}$. Hỏi cần phát ít nhất bao nhiêu lần quảng cáo để tỷ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30%?

- A. 206. B. 202. C. 203. D. 207.

3.101 (Đề chính thức 2020). Năm 2020, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 900.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

- A. 830.131.000 đồng. B. 797.258.000 đồng. C. 810.000.000 đồng. D. 813.529.000 đồng.

3.102 (Đề thử nghiệm 2017). Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

- A. 7 phút. B. 19 phút. C. 48 phút. D. 12 phút.

3.103 (Đề chính thức 2020). Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

- A. Năm 2028. B. Năm 2047. C. Năm 2046. D. Năm 2027.

Chuyên đề 4

Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu

§1. Mặt Nón

1. Diện tích và thể tích

4.1 (Đề tham khảo 2020). Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $4\pi r l$. B. $2\pi r l$. C. $\pi r l$. D. $\frac{1}{3}\pi r l$.

4.2 (Đề chính thức 2019). Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

- A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $\pi r^2 h$. C. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. D. $2\pi r^2 h$.

4.3 (Đề minh họa 2016). Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

- A. $l = a$. B. $l = \sqrt{2}a$. C. $l = \sqrt{3}a$. D. $l = 2a$.

4.4 (Đề chính thức 2020). Cho khối nón có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. 10π . B. $\frac{50\pi}{3}$. C. 10π . D. $\frac{10\pi}{3}$.

4.5 (Đề tham khảo 2020). Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. 16π . B. 4π . C. 48π . D. 36π .

4.6 (Đề chính thức 2020). Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 10π . B. 20π . C. $\frac{10\pi}{3}$. D. $\frac{20\pi}{3}$.

4.7 (Đề tham khảo 2019). Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

4.8 (Đề tham khảo 2017). Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

- A. $l = \frac{\sqrt{5}a}{2}$. B. $l = 3a$. C. $l = \frac{3a}{2}$. D. $l = 2\sqrt{2}a$.

4.9 (Đề tham khảo 2018). Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- A. $\frac{3a}{2}$. B. $2a$. C. $3a$. D. $2\sqrt{2}a$.

4.10 (Đề chính thức 2020). Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 8π . B. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. C. 16π . D. $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$.

4.11 (Đề tham khảo 2020). Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = 2a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- A. $10\pi a^2$. B. $5\pi a^2$. C. $\sqrt{5}\pi a^2$. D. $2\sqrt{5}\pi a^2$.

4.12 (Đề thử nghiệm 2017). Cho khối (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π . Tính thể tích V của khối nón (N).

- A. $V = 36\pi$. B. $V = 20\pi$. C. $V = 60\pi$. D. $V = 12\pi$.

2. Thiết diện của hình nón

4.13 (Đề tham khảo 2020). Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A. 32π . B. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. C. 96π . D. $32\sqrt{5}\pi$.

4.14 (Đề chính thức 2017). Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P).

- A. $d = \frac{\sqrt{5}a}{5}$. B. $d = a$. C. $d = \frac{\sqrt{2}a}{2}$. D. $d = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

3. Hình nón nội, ngoại tiếp đa diện

4.15 (Đề chính thức 2017). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

§2. Mặt Trụ

1. Diện tích và thể tích

4.16 (Đề tham khảo 2020). Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh ℓ và bán kính đáy r bằng

- A. $2\pi r\ell$. B. $4\pi r\ell$. C. $\pi r\ell$. D. $\frac{1}{3}\pi r\ell$.

4.17 (Đề chính thức 2020). Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 48π . B. 16π . C. 24π . D. 4π .

4.18 (Đề chính thức 2020). Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 8$ và độ dài đường sinh $\ell = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 192π . B. 64π . C. 48π . D. 24π .

4.19 (Đề chính thức 2017). Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$.

- A. $V = 32\sqrt{2}\pi$. B. $V = 128\pi$. C. $V = 64\sqrt{2}\pi$. D. $V = 32\pi$.

4.20 (Đề minh họa 2016). Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

- A. $S_{\text{tp}} = 10\pi$. B. $S_{\text{tp}} = 4\pi$. C. $S_{\text{tp}} = 2\pi$. D. $S_{\text{tp}} = 6\pi$.

2. Thiết diện của hình trụ

4.21 (Đề chính thức 2020). Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 7. Diện tích xung quanh của (T) bằng

- A. $\frac{49\pi}{2}$. B. $\frac{49\pi}{4}$. C. 98π . D. 49π .

4.22 (Đề tham khảo 2020). Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 54π . B. 18π . C. 27π . D. 36π .

4.23 (Đề chính thức 2019). Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $20\sqrt{3}\pi$. B. $10\sqrt{39}\pi$. C. $5\sqrt{39}\pi$. D. $10\sqrt{3}\pi$.

4.24 (Đề tham khảo 2020). Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

- A. $150\pi a^3$. B. $108\pi a^3$. C. $216\pi a^3$. D. $54\pi a^3$.

3. Hình trụ nội, ngoại tiếp đa diện

4.25 (Đề tham khảo 2017). Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a .

- A. $V = \pi a^3$. B. $V = \frac{\pi a^3}{4}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{2}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

4.26 (Đề thử nghiệm 2017). Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$. B. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$. C. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$. D. $V = 3\pi a^2 h$.

4.27 (Đề tham khảo 2018). Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

- A. $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$. B. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$. C. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$. D. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$.

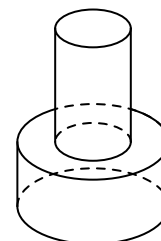
4. Bài toán thực tế về hình trụ

4.28 (Đề chính thức 2019). Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và 1,2 m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

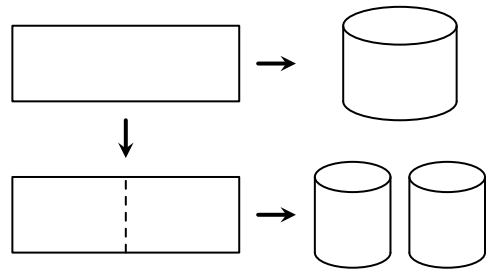
- A. 2,2 m. B. 1,6 m. C. 1,8 m. D. 1,4 m.

4.29 (Đề tham khảo 2019). Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1), (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1, h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 30cm^3 , thể tích khối trụ (H_1) bằng

- A. 24cm^3 . B. 15cm^3 . C. 20cm^3 . D. 10cm^3 .



4.30 (Đề minh họa 2016). Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50 \text{ cm} \times 240 \text{ cm}$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm , theo hai cách sau (xem hình minh họa)



- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = 1$. B. $\frac{V_1}{V_2} = 4$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

4.31 (Đề chính thức 2018). Một chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm . Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn bán kính 1 mm . Giả định 1 m^3 gỗ có giá trị a (triệu đồng), 1 m^3 than chì có giá trị $8a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

- A. $9,7a$ đồng. B. $97,03a$ đồng. C. $90,7a$ đồng. D. $9,07a$ đồng.

§3. Mặt Cầu

1. Diện tích và thể tích

4.32 (Đề chính thức 2018). Diện tích mặt cầu bán kính R bằng

- A. $2\pi R^2$. B. $\frac{4}{3}\pi R^2$. C. πR^2 . D. $4\pi R^2$.

4.33 (Đề tham khảo 2019). Thể tích của khối cầu bán kính a bằng

- A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. B. $2\pi a^3$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $4\pi a^3$.

4.34 (Đề chính thức 2020). Cho mặt cầu có bán kính $R = 4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. 64π . B. $\frac{256\pi}{3}$. C. $\frac{64\pi}{3}$. D. 16π .

4.35 (Đề tham khảo 2020). Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 16π . C. 8π . D. 4π .

4.36 (Đề chính thức 2020). Cho khối cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A. $\frac{64\pi}{3}$. B. 64π . C. $\frac{256\pi}{3}$. D. 256π .

2. Mặt cầu nội, ngoại tiếp đa diện

4.37 (Đề chính thức 2017). Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

- A. $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$. B. $R = 2\sqrt{3}a$. C. $R = \sqrt{3}a$. D. $R = a$.

4.38 (Đề thử nghiệm 2017). Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$ và $AA' = 2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

- A. $R = 2a$. B. $R = 3a$. C. $R = \frac{3a}{4}$. D. $R = \frac{3a}{2}$.

4.39 (Đề tham khảo 2017). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $R = \sqrt{3}a$. B. $R = \frac{25a}{8}$. C. $R = 2a$. D. $R = \sqrt{2}a$.

4.40 (Đề chính thức 2020). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy bằng 60° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $84\pi a^2$. B. $\frac{172\pi a^2}{9}$. C. $\frac{76\pi a^2}{3}$. D. $\frac{172\pi a^2}{3}$.

4.41 (Đề minh họa 2016). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $V = \frac{5\pi}{3}$. B. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. C. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. D. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$.

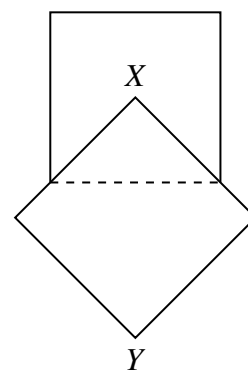
3. Bài toán tổng hợp khối tròn xoay

4.42 (Đề chính thức 2020). Cho hình nón (N) có đỉnh S , bán kính bằng $\sqrt{2}a$ và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua đỉnh S và đường tròn đáy của (N) . Bán kính của (T) bằng

- A. $\frac{4\sqrt{2}a}{3}$. B. $\frac{4\sqrt{14}a}{7}$. C. $\sqrt{14}a$. D. $\frac{8\sqrt{14}a}{7}$.

4.43 (Đề thử nghiệm 2017). Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY .

- A. $V = \frac{125(5 + 4\sqrt{2})\pi}{24}$. B. $V = \frac{125(5 + 2\sqrt{2})\pi}{12}$.
 C. $V = \frac{125(2 + \sqrt{2})\pi}{4}$. D. $V = \frac{125(1 + \sqrt{2})\pi}{6}$.



Chuyên đề 5

Nguyên Hàm, Tích Phân Và Ứng Dụng

§1. Nguyên Hàm

1. Định nghĩa, tính chất

5.1 (Đề tham khảo 2020). Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$

B. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

D. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

2. Nguyên hàm cơ bản

5.2 (Đề chính thức 2020). $\int x^2 dx$ bằng

A. $3x^3 + C.$

B. $\frac{1}{3}x^3 + C.$

C. $x^3 + C.$

D. $2x + C.$

5.3 (Đề chính thức 2020). $\int 5x^4 dx$ bằng

A. $20x^3 + C.$

B. $x^5 + C.$

C. $\frac{1}{5}x^5 + C.$

D. $5x^5 + C.$

5.4 (Đề chính thức 2019). Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 5$ là

A. $x^2 + 5x + C.$

B. $2x^2 + 5x + C.$

C. $x^2 + C.$

D. $2x^2 + C.$

5.5 (Đề tham khảo 2018). Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

A. $x^3 + x + C.$

B. $\frac{x^3}{3} + x + C.$

C. $6x + C.$

D. $x^3 + C.$

5.6 (Đề chính thức 2018). Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

A. $x^3 + x + C.$

B. $x^4 + x^2 + C.$

C. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C.$

D. $3x^2 + 1 + C.$

5.7 (Đề tham khảo 2019). Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

A. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C.$

B. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C.$

C. $e^x + 1 + C.$

D. $e^x + x^2 + C.$

5.8 (Đề tham khảo 2020). Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

A. $-\sin x + C.$

B. $-\sin x + 3x^2 + C.$

C. $\sin x + 6x^2 + C.$

D. $\sin x + 3x^2 + C.$

5.9 (Đề tham khảo 2017). Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$

3. Phương pháp đổi biến

5.10 (Đề chính thức 2017). Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$.

A. $\int \cos 3x \, dx = \sin 3x + C.$

B. $\int \cos 3x \, dx = \frac{\sin 3x}{3} + C.$

C. $\int \cos 3x \, dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C.$

D. $\int \cos 3x \, dx = 3 \sin 3x + C.$

5.11 (Đề thử nghiệm 2017). Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

A. $\int f(x) \, dx = -2 \sin 2x + C.$

B. $\int f(x) \, dx = 2 \sin 2x + C.$

C. $\int f(x) \, dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

D. $\int f(x) \, dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C.$

5.12 (Đề minh họa 2016). Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x) \, dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$

B. $\int f(x) \, dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$

C. $\int f(x) \, dx = -\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$

D. $\int f(x) \, dx = \frac{1}{2}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$

5.13 (Đề tham khảo 2020). Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

A. $x - \frac{3}{(x-1)^2} + C.$

B. $x - 3 \ln(x-1) + C.$

C. $x + 3 \ln(x-1) + C.$

D. $x + \frac{3}{(x-1)^2} + C.$

5.14 (Đề chính thức 2019). Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

A. $2 \ln(x+1) - \frac{2}{x+1} + C.$

B. $2 \ln(x+1) + \frac{2}{x+1} + C.$

C. $2 \ln(x+1) - \frac{1}{x+1} + C.$

D. $2 \ln(x+1) + \frac{1}{x+1} + C.$

4. Nguyên hàm thỏa mãn điều kiện cho trước

5.15 (Đề thử nghiệm 2017). Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(3)$.

A. $F(3) = \ln 2 + 1.$

B. $F(3) = \frac{7}{4}.$

C. $F(3) = \frac{1}{2}.$

D. $F(3) = \ln 2 - 1.$

5.16 (Đề chính thức 2017). Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5 \sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = 3x + 5 \cos x + 2.$

B. $f(x) = 3x + 5 \cos x + 5.$

C. $f(x) = 3x - 5 \cos x + 15.$

D. $f(x) = 3x - 5 \cos x + 2.$

5.17 (Đề chính thức 2018). Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{2}{9}$ và $f'(x) = 2x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{2}{15}.$

B. $-\frac{35}{36}.$

C. $-\frac{19}{36}.$

D. $-\frac{2}{3}.$

5.18 (Đề tham khảo 2018). Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng

A. $2 + \ln 15.$

B. $4 + \ln 15.$

C. $\ln 15.$

D. $3 + \ln 15.$

5. Phương pháp nguyên hàm từng phần

5.19 (Đề tham khảo 2019). Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(1 + \ln x)$ là

A. $2x^2 \ln x + 3x^2.$

B. $2x^2 \ln x + 3x^2 + C.$

C. $2x^2 \ln x + x^2 + C.$

D. $2x^2 \ln x + x^2.$

5.20 (Đề chính thức 2020). Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x+1)f'(x)$ là

A. $\frac{x+2}{2\sqrt{x^2+2}} + C.$ B. $\frac{x^2+2x-2}{2\sqrt{x^2+2}} + C.$ C. $\frac{2x^2+x+2}{\sqrt{x^2+2}} + C.$ D. $\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}} + C.$

5.21 (Đề chính thức 2017). Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}dx = -x^2 + 2x + C.$ B. $\int f'(x)e^{2x}dx = -2x^2 + 2x + C.$
 C. $\int f'(x)e^{2x}dx = 2x^2 - 2x + C.$ D. $\int f'(x)e^{2x}dx = -x^2 + x + C.$

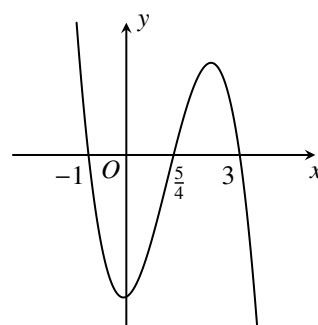
5.22 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

A. $-\sin 2x + \cos 2x + C.$ B. $-2 \sin 2x - \cos 2x + C.$
 C. $-2 \sin 2x + \cos 2x + C.$ D. $2 \sin 2x - \cos 2x + C.$

6. Ứng dụng của nguyên hàm

5.23 (Đề tham khảo 2019). Cho hàm số $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$ ($m, n, p, q, r \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x) = r$ có số phần tử là

A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.



§2. Tích Phân

1. Định nghĩa, tính chất

5.24 (Đề thử nghiệm 2017). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$.

Tính $I = \int_1^2 f'(x) dx$.

A. $I = 1.$ B. $I = -1.$ C. $I = 3.$ D. $I = \frac{7}{2}.$

5.25 (Đề tham khảo 2020). Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng

A. 8. B. 4. C. 2. D. 16.

5.26 (Đề chính thức 2020). Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x) dx$ bằng

A. $\frac{3}{2}.$ B. 5. C. 6. D. 9.

5.27 (Đề tham khảo 2020). Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_1^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. 3. B. -1. C. 1. D. -3.

5.28 (Đề chính thức 2020). Biết $\int_2^3 f(x) dx = 4$ và $\int_2^3 g(x) dx = 1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. -3. B. 4. C. 3. D. 5.
- 5.29 (Đề chính thức 2019). Biết $\int_0^1 f(x) dx = -2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 3$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$ bằng
- A. 1. B. -5. C. -1. D. 5.
- 5.30 (Đề tham khảo 2019). Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx$ bằng
- A. 1. B. -3. C. -8. D. 12.
- 5.31 (Đề chính thức 2020). Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 2$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng
- A. 1. B. 2. C. 4. D. 0.
- 5.32 (Đề chính thức 2020). Cho hàm số $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_0^2 [2 + f(x)] dx$ bằng
- A. $\frac{13}{3}$. B. 5. C. 3. D. $\frac{7}{3}$.

2. Tích phân cơ bản

- 5.33 (Đề chính thức 2018). $\int_1^2 e^{3x-1} dx$ bằng
- A. $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$. B. $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$. C. $e^5 - e^2$. D. $\frac{1}{3}e^5 - e^2$.
- 5.34 (Đề tham khảo 2018). Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng
- A. $\frac{16}{225}$. B. $\ln \frac{5}{3}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\log \frac{5}{3}$.
- 5.35 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos x \cos^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^\pi f(x) dx$ bằng
- A. $\frac{149}{225}$. B. $\frac{1042}{225}$. C. $\frac{242}{225}$. D. $\frac{208}{225}$.
- 5.36 (Đề chính thức 2019). Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2 \cos^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng
- A. $\frac{\pi^2 + 16\pi + 4}{16}$. B. $\frac{\pi^2 + 16\pi + 16}{16}$. C. $\frac{\pi^2 + 14\pi}{16}$. D. $\frac{\pi^2 + 4}{16}$.
- 5.37 (Đề tham khảo 2018). Biết $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+x\sqrt{x+1}}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$.
- A. $P = 18$. B. $P = 12$. C. $P = 24$. D. $P = 46$.

3. Phương pháp đổi biến

5.38 (Đề thử nghiệm 2017). Cho $\int_0^4 f(x) dx = 16$. Tính $I = \int_0^2 f(2x) dx$.

- A. $I = 32$. B. $I = 8$. C. $I = 16$. D. $I = 4$.

5.39 (Đề chính thức 2017). Cho $\int_0^6 f(x) dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

- A. $I = 4$. B. $I = 36$. C. $I = 6$. D. $I = 2$.

5.40 (Đề tham khảo 2020). Xét $\int_0^2 xe^{x^2} dx$, nếu đặt $u = x^2$ thì $\int_0^2 xe^{x^2} dx$ bằng

- A. $2 \int_0^4 e^u du$. B. $\frac{1}{2} \int_0^2 e^u du$. C. $2 \int_0^2 e^u du$. D. $\frac{1}{2} \int_0^4 e^u du$.

5.41 (Đề tham khảo 2017). Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$. B. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$. C. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du$. D. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$.

5.42 (Đề chính thức 2020). Biết $F(x) = e^x + x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Khi đó $\int f(2x) dx$ bằng

- A. $2e^x + 4x^2 + C$. B. $\frac{1}{2}e^{2x} + x^2 + C$. C. $2e^x + 2x^2 + C$. D. $\frac{1}{2}e^{2x} + 2x^2 + C$.

5.43 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $f(x)$ có $f(3) = 3$ và $f'(x) = \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}$, $\forall x > 0$. Khi

đó $\int_3^8 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{197}{6}$. B. $\frac{29}{2}$. C. 7. D. $\frac{181}{6}$.

5.44 (Đề minh họa 2016). Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \sin x dx$.

- A. $I = -\pi^4$. B. $I = 0$. C. $I = -\frac{1}{4}\pi^4$. D. $I = -\frac{1}{4}$.

5.45 (Đề tham khảo 2017). Cho $\int_0^1 \frac{dx}{e^x+1} = a + b \ln \frac{1+e}{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a^3 + b^3$.

- A. $S = 1$. B. $S = -2$. C. $S = 0$. D. $S = 2$.

4. Phương pháp tích phân từng phần

5.46 (Đề minh họa 2016). Tính tích phân $I = \int_1^e x \ln x dx$.

- A. $I = \frac{e^2 - 2}{2}$. B. $I = \frac{1}{2}$. C. $I = \frac{e^2 - 1}{4}$. D. $I = \frac{e^2 + 1}{4}$.

5.47 (Đề tham khảo 2017). Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x) dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$.

Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = -8$. B. $I = -12$. C. $I = 12$. D. $I = 8$.

5.48 (Đề chính thức 2019). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} . Biết $f(4) = 1$ và $\int_0^1 xf(4x) dx =$

1, khi đó $\int_0^4 x^2 f'(x) dx$ bằng

- A. 14. B. 8. C. -16. D. $\frac{31}{2}$.

5. Phương pháp đồng nhất hệ số

5.49 (Đề tham khảo 2019). Cho $\int_0^1 \frac{x dx}{(x+2)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị

của $3a + b + c$ bằng

- A. 1. B. -2. C. 2. D. -1.

5.50 (Đề thử nghiệm 2017). Biết $\int_3^4 \frac{dx}{x^2+x} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số nguyên. Tính

$S = a + b + c$.

- A. $S = 0$. B. $S = 2$. C. $S = 6$. D. $S = -2$.

5.51 (Đề chính thức 2018). Cho $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$ với a, b, c là các số hữu tỉ.

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $a + b = 3c$. B. $a + b = c$. C. $a - b = -3c$. D. $a - b = -c$.

6. Tích phân hàm ẩn

5.52 (Đề tham khảo 2017). Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2 \cos 2x}, \forall x \in$

\mathbb{R} . Tính $I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) dx$.

- A. $I = -6$. B. $I = 6$. C. $I = -2$. D. $I = 0$.

5.53 (Đề tham khảo 2020). Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $xf(x^3) + f(1-x^2) = -x^{10} + x^6 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. $-\frac{17}{20}$. B. $\frac{17}{4}$. C. $-\frac{13}{4}$. D. -1.

5.54 (Đề tham khảo 2018). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 0$,

$\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7$ và $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. 4. B. $\frac{7}{4}$. C. 1. D. $\frac{7}{5}$.

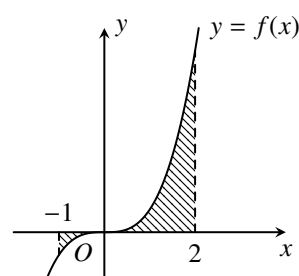
§3. Ứng Dụng Của Tích Phân

1. Diện tích hình phẳng

5.55 (Đề chính thức 2018). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$. B. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$. C. $S = \int_0^2 e^{2x} dx$. D. $S = \int_0^2 e^x dx$.

5.56 (Đề tham khảo 2017). Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x) dx$, $b = \int_0^2 f(x) dx$, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



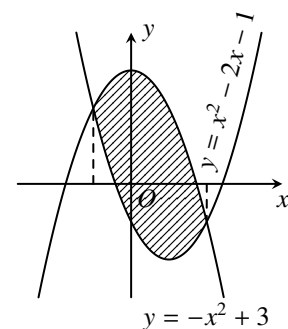
- A. $S = b + a$. B. $S = b - a$. C. $S = -b + a$. D. $S = -b - a$.

5.57 (Đề chính thức 2020). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. 36. C. 36π . D. $\frac{4\pi}{3}$.

5.58 (Đề tham khảo 2019). Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$. B. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$. D. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.

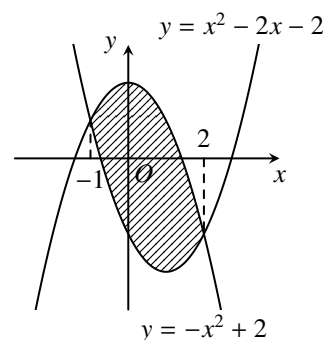


5.59 (Đề tham khảo 2020). Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

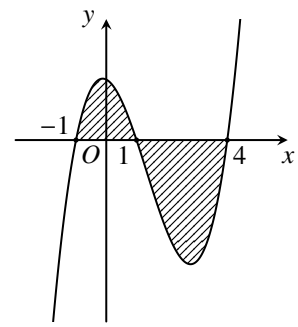
- A. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$. B. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.
C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$. D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$.

5.60 (Đề tham khảo 2020). Diện tích phần hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng

- A. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. D. $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.



5.61 (Đề chính thức 2019). Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các $y = f(x)$, $y = 0$, $x = 0$, $x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



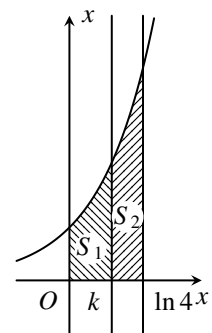
- A. $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$. B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.
 C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$. D. $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.

5.62 (Đề minh họa 2016). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

- A. $\frac{37}{12}$. B. $\frac{81}{12}$. C. 13. D. $\frac{9}{4}$.

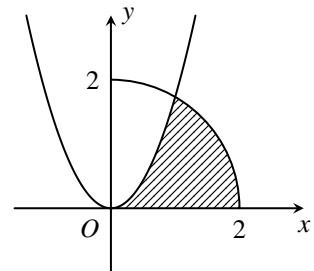
5.63 (Đề thử nghiệm 2017). Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.

- A. $k = \frac{2}{3} \ln 4$. B. $k = \ln 2$. C. $k = \ln \frac{8}{3}$. D. $k = \ln 3$.



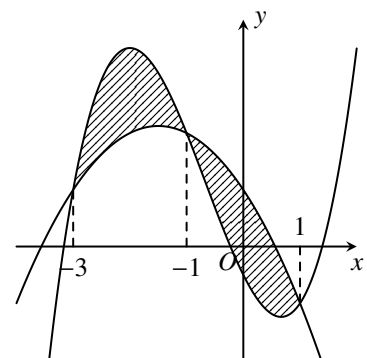
5.64 (Đề tham khảo 2018). Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần gạch chéo trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$.
 C. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{4\pi + 2\sqrt{3} - 3}{6}$.



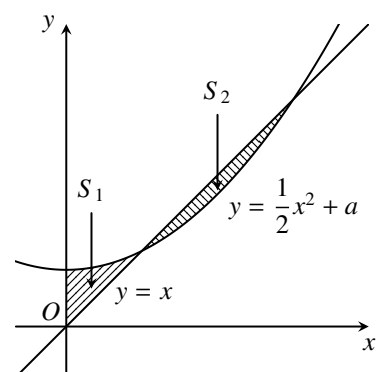
5.65 (Đề chính thức 2018). Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -3 ; -1 ; 1 (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

- A. 5. B. $\frac{9}{2}$. C. 4. D. 8.

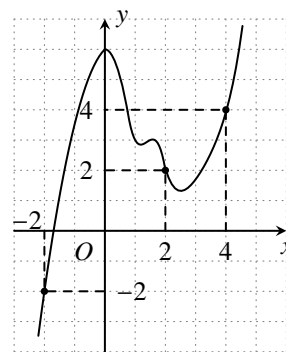


5.66 (Đề chính thức 2019). Cho đường thẳng $y = x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(\frac{1}{3}; \frac{2}{5})$. B. $(\frac{2}{5}; \frac{3}{7})$. C. $(\frac{3}{7}; \frac{1}{2})$. D. $(0; \frac{1}{3})$.



5.67 (Đề chính thức 2017). Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x) = 2f(x) - x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $h(2) > h(-2) > h(4)$. B. $h(4) = h(-2) < h(2)$.
 C. $h(4) = h(-2) > h(2)$. D. $h(2) > h(4) > h(-2)$.

2. Thể tích vật thể

5.68 (Đề tham khảo 2017). Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm C có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2 - 2}$.

- A. $V = \frac{124}{3}$. B. $V = (32 + 2\sqrt{15})\pi$.
 C. $V = 32 + 2\sqrt{15}$. D. $V = \frac{124\pi}{3}$.

3. Thể tích khối tròn xoay

5.69 (Đề tham khảo 2018). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

- A. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$. B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$.
 C. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

5.70 (Đề minh họa 2016). Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

- A. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$. D. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.

5.71 (Đề chính thức 2020). Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = e^{3x}, y = 0, x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\int_0^1 e^{6x} dx$. B. $\int_0^1 e^{3x} dx$. C. $\pi \int_0^1 e^{6x} dx$. D. $\pi \int_0^1 e^{3x} dx$.

5.72 (Đề chính thức 2017). Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \pi - 1$. B. $V = \pi + 1$. C. $V = (\pi + 1)\pi$. D. $V = (\pi - 1)\pi$.

5.73 (Đề minh họa 2016). Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x - 1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

- A. $V = e^2 - 5$. B. $V = (e^2 - 5)\pi$. C. $V = (4 - 2e)\pi$. D. $V = 4 - 2e$.

4. Vận tốc, quãng đường

5.74 (Đề minh họa 2016). Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

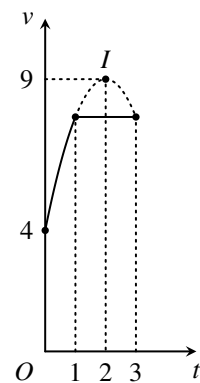
- A. 20m. B. 0,2m. C. 2m. D. 10m.

5.75 (Đề chính thức 2018). Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t$ m/s, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng a m/s² (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. 7 m/s. B. 10 m/s. C. 15 m/s. D. 22 m/s.

5.76 (Đề chính thức 2017). Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

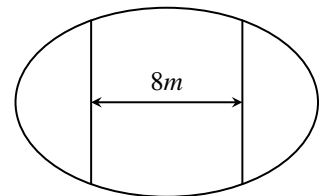
- A. $s = 15,50$ (km). B. $s = 23,25$ (km).
C. $s = 13,83$ (km). D. $s = 21,58$ (km).



5. Bài toán thực tế

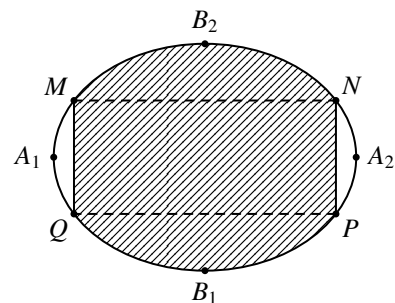
5.77 (Đề thử nghiệm 2017). Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục bé bằng 10 m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8 m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/1m². Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 7.653.000 đồng. B. 7.862.000 đồng. C. 7.128.000 đồng. D. 7.826.000 đồng.



5.78 (Đề tham khảo 2019). Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/m² và phần còn lại là 100.000 đồng/m². Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8m, B_1B_2 = 6m$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3m$?

- A. 5.526.000 đồng. B. 7.322.000 đồng.
C. 5.782.000 đồng. D. 7.213.000 đồng.



Chuyên đề 6

Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian

§1. Tọa Độ Trong Không Gian

1. Tọa độ điểm, vectơ

6.1 (Đề tham khảo 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vectơ \overrightarrow{AB} có tọa độ là

- A. $(3; 4; 1)$. B. $(3; 5; 1)$. C. $(-1; -2; 3)$. D. $(1; 2; 3)$.

6.2 (Đề chính thức 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

- A. $(4; -2; 10)$. B. $(2; -1; 5)$. C. $(1; 3; 2)$. D. $(2; 6; 4)$.

6.3 (Đề thử nghiệm 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(2; -2; -1)$. B. $I(1; 0; 4)$. C. $I(-2; 2; 1)$. D. $I(2; 0; 8)$.

6.4 (Đề chính thức 2020). Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 0; 1)$. B. $(3; 0; 0)$. C. $(0; 2; 0)$. D. $(0; 2; 1)$.

6.5 (Đề chính thức 2019). Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(2; 1; 0)$. B. $(0; 1; 0)$. C. $(0; 0; -1)$. D. $(2; 0; 0)$.

6.6 (Đề tham khảo 2020). Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(2; -2; 0)$. B. $(2; 0; 1)$. C. $(0; -2; 1)$. D. $(0; 0; 1)$.

6.7 (Đề tham khảo 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3; 0; 0)$. B. $Q(0; 0; 1)$. C. $N(0; -1; 1)$. D. $P(0; -1; 0)$.

6.8 (Đề chính thức 2020). Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 4; 2)$ trên mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $Q(1; 0; 2)$. B. $N(0; 4; 2)$. C. $P(1; 4; 0)$. D. $M(0; 0; 2)$.

6.9 (Đề tham khảo 2020). Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(2; 0; -1)$. C. $(2; 1; 0)$. D. $(0; 1; -1)$.

2. Tích vô hướng và ứng dụng

6.10 (Đề tham khảo 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; 0; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 2; 5)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ bằng

- A. 29. B. 25. C. 27. D. 23.

6.11 (Đề tham khảo 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(-1; 1; 3)$ và $C(3; 1; 0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

- A. $D(6; 0; 0)$ hoặc $D(12; 0; 0)$.
 B. $D(0; 0; 0)$ hoặc $D(-6; 0; 0)$.
 C. $D(0; 0; 0)$ hoặc $D(6; 0; 0)$.
 D. $D(-2; 0; 0)$ hoặc $D(-4; 0; 0)$.

3. Tâm, bán kính mặt cầu

6.12 (Đề tham khảo 2017). Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 20$.

- A. $I(-1; 2; -4)$, $R = 2\sqrt{5}$.
 B. $I(-1; 2; -4)$, $R = 5\sqrt{2}$.
 C. $I(1; -2; 4)$, $R = 20$.
 D. $I(1; -2; 4)$, $R = 2\sqrt{5}$.

6.13 (Đề minh họa 2016). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

- A. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.
 B. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.
 C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$.
 D. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$.

6.14 (Đề tham khảo 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 + (z - 1)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-2; 4; -1)$.
 B. $(2; 4; 1)$.
 C. $(-2; -4; -1)$.
 D. $(2; -4; 1)$.

6.15 (Đề chính thức 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-1; 2; -3)$.
 B. $(1; -2; 3)$.
 C. $(-2; 4; -6)$.
 D. $(2; -4; 6)$.

6.16 (Đề chính thức 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng

- A. 3.
 B. 6.
 C. 9.
 D. 18.

6.17 (Đề tham khảo 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(1; -2; 3)$.
 B. $(-1; -2; -3)$.
 C. $(1; 2; 3)$.
 D. $(-1; 2; -3)$.

6.18 (Đề chính thức 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. 9.
 B. 3.
 C. $\sqrt{15}$.
 D. $\sqrt{7}$.

4. Phương trình mặt cầu

6.19 (Đề tham khảo 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 1; 1)$ và $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

- A. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 5$.
 B. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 25$.
 C. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 5$.
 D. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 29$.

6.20 (Đề tham khảo 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(0; 0; -3)$ và đi qua điểm $M(4; 0; 0)$. Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25$.
 B. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 5$.
 C. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 25$.
 D. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 5$.

6.21 (Đề chính thức 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox . Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu tâm I bán kính IM ?

- A. $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$.
 B. $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 17$.
 C. $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.
 D. $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.

§2. Phương Trình Mặt Phẳng

1. Các yếu tố của mặt phẳng

6.22 (Đề tham khảo 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$. B. $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$. C. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$. D. $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$.

6.23 (Đề minh họa 2016). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$. B. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$. C. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$. D. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$.

6.24 (Đề chính thức 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_4 = (-2; 4; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (2; 4; 1)$. C. $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$.

6.25 (Đề tham khảo 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_4 = (2; 0; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 3; 1)$. C. $\vec{n}_1 = (2; 3; 0)$. D. $\vec{n}_3 = (2; 3; 2)$.

6.26 (Đề chính thức 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 2; 3)$. C. $\vec{n}_1 = (1; 3; -1)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 3; -1)$.

6.27 (Đề chính thức 2018). Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$. B. $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$. C. $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$. D. $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$.

6.28 (Đề chính thức 2017). Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $\vec{j} = (0; 1; 0)$. B. $\vec{m} = (1; 1; 1)$. C. $\vec{i} = (1; 0; 0)$. D. $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

6.29 (Đề chính thức 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $Q(2; -1; 5)$. B. $N(-5; 0; 0)$. C. $M(1; 1; 6)$. D. $P(0; 0; -5)$.

2. Phương trình mặt phẳng

6.30 (Đề tham khảo 2019). Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

- A. $y = 0$. B. $z = 0$. C. $x = 0$. D. $x + y + z = 0$.

6.31 (Đề tham khảo 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$.

6.32 (Đề thử nghiệm 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

- A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

6.33 (Đề chính thức 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$ và $C(0; 0; -2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

6.34 (Đề chính thức 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 0)$ và $B(5; 1; -2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $x + y + 2z - 3 = 0$. B. $2x - y - z + 5 = 0$.
C. $3x + 2y - z - 14 = 0$. D. $2x - y - z - 5 = 0$.

6.35 (Đề chính thức 2018). Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

- A. $2x - y + 3z + 11 = 0$. B. $2x - y - 3z + 11 = 0$.
C. $2x - y + 3z - 9 = 0$. D. $2x - y + 3z - 11 = 0$.

6.36 (Đề chính thức 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 4)$ và mặt phẳng $P: 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

- A. $3x - 2y + z - 12 = 0$. B. $3x - 2y + z + 12 = 0$.
C. $2x - y + 4z + 21 = 0$. D. $2x - y + 4z - 21 = 0$.

6.37 (Đề tham khảo 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

- A. $3x - y - z + 6 = 0$. B. $x + 3y + z - 5 = 0$. C. $x + 3y + z - 6 = 0$. D. $3x - y - z - 6 = 0$.

6.38 (Đề minh họa 2016). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

- A. $x + 3y + 4z - 7 = 0$. B. $x + y + 2z - 6 = 0$.
C. $x + y + 2z - 3 = 0$. D. $x + 3y + 4z - 26 = 0$.

6.39 (Đề minh họa 2016). Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(0; -1; 1)$, $C(2; 1; -1)$ và $D(3; 1; 4)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

- A. Có vô số mặt phẳng. B. 4 mặt phẳng.
C. 1 mặt phẳng. D. 7 mặt phẳng.

6.40 (Đề tham khảo 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$?

- A. 4. B. 8. C. 3. D. 1.

3. Góc và khoảng cách

6.41 (Đề tham khảo 2019). Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. 3. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

6.42 (Đề minh họa 2016). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- A. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. B. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$. C. $d = \frac{5}{29}$. D. $d = \frac{5}{9}$.

§3. Phương Trình Đường Thẳng Trong Không Gian

1. Các yếu tố của đường thẳng

6.43 (Đề chính thức 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$. B. $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$. C. $\vec{u}_4 = (1; 2; -3)$. D. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$.

6.44 (Đề chính thức 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_4 = (3; 4; 1)$. B. $\vec{u}_2 = (3; 4; -1)$. C. $\vec{u}_1 = (2; -5; 3)$. D. $\vec{u}_3 = (2; 5; 3)$.

6.45 (Đề thử nghiệm 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (1; 3; -1)$. B. $\vec{u}_4 = (1; 2; 5)$. C. $\vec{u}_3 = (1; -3; -1)$. D. $\vec{u}_1 = (0; 3; -1)$.

6.46 (Đề chính thức 2018). Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$. B. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. D. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$.

6.47 (Đề tham khảo 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$. B. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$. C. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$. D. $\vec{u}_3 = (2; 1; 1)$.

6.48 (Đề tham khảo 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $N(2; 3; -1)$. B. $Q(-2; -3; 1)$. C. $P(1; 2; -1)$. D. $M(-1; -2; 1)$.

6.49 (Đề chính thức 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $P(2; 1; -3)$. B. $M(2; 1; 3)$. C. $N(4; 2; 1)$. D. $Q(4; -2; 1)$.

6.50 (Đề tham khảo 2020). Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$?

- A. $P(-1; 2; 1)$. B. $N(-1; 3; 2)$. C. $Q(1; -2; -1)$. D. $M(1; 2; 1)$.

6.51 (Đề tham khảo 2019). Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $N(-2; 1; -2)$. B. $Q(2; -1; 2)$. C. $M(-1; -2; -3)$. D. $P(1; 2; 3)$.

6.52 (Đề tham khảo 2020). Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2; 3; -1)$ và $N(4; 5; 3)$?

- A. $\vec{u}_1 = (3; 4; 1)$. B. $\vec{u}_3 = (1; 1; 2)$. C. $\vec{u}_4 = (1; 1; 1)$. D. $\vec{u}_2 = (3; 4; 2)$.

2. Phương trình đường thẳng

6.53 (Đề tham khảo 2017). Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$?

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$. C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$.

6.54 (Đề chính thức 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

- A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

6.55 (Đề chính thức 2017). Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2; 3; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$?

- A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

6.56 (Đề chính thức 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 1)$, $B(1; 1; 0)$ và $C(3; 4; -1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{-1}$. B. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$. C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$.

6.57 (Đề tham khảo 2020). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 0; 1)$ và $N(3; 2; -1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

6.58 (Đề chính thức 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 0; 2)$, $C(2; -1; 3)$ và $D(1; 1; 3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -4 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

6.59 (Đề chính thức 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

6.60 (Đề chính thức 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 1; 3)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với Δ và Δ' .

A. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

6.61 (Đề minh họa 2016). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{1}$. B. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.
C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$. D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$.

6.62 (Đề chính thức 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = -6 - 5t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$.

6.63 (Đề tham khảo 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; 1)$, $B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

A. $\frac{x + \frac{1}{3}}{1} = \frac{y - \frac{5}{3}}{-2} = \frac{z - \frac{11}{6}}{2}$. B. $\frac{x + 1}{1} = \frac{y - 8}{-2} = \frac{z - 4}{2}$.
C. $\frac{x + \frac{2}{9}}{1} = \frac{y - \frac{2}{9}}{-2} = \frac{z + \frac{5}{9}}{2}$. D. $\frac{x + 1}{1} = \frac{y - 3}{-2} = \frac{z + 1}{2}$.

3. Vị trí tương đối

6.64 (Đề thử nghiệm 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. d song song với (P) .
 B. d cắt và không vuông góc với (P) .
 C. d vuông góc với (P) .
 D. d nằm trong (P) .

6.65 (Đề minh họa 2016). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ .

- A. $m = -52$.
 B. $m = -2$.
 C. $m = 2$.
 D. $m = 52$.

6.66 (Đề thử nghiệm 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(5; -6; -2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

- A. $\frac{AM}{BM} = 2$.
 B. $\frac{AM}{BM} = 3$.
 C. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$.
 D. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{3}$.

6.67 (Đề tham khảo 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x - 2y + z - 35 = 0$ và điểm $A(-1; 3; 6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P) , tính OA' .

- A. $OA' = 5\sqrt{3}$.
 B. $OA' = \sqrt{186}$.
 C. $OA' = 3\sqrt{26}$.
 D. $OA' = \sqrt{46}$.

4. Góc và khoảng cách

6.68 (Đề tham khảo 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P) .

- A. $d = \frac{2}{3}$.
 B. $d = 2$.
 C. $d = \frac{5}{3}$.
 D. $d = \frac{1}{3}$.

6.69 (Đề chính thức 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 4; -3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $N(0; 3; -5)$.
 B. $Q(0; 5; -3)$.
 C. $P(-3; 0; -3)$.
 D. $M(0; -3; -5)$.

§4. Bài Toán Tổng Hợp

1. Phương trình mặt cầu

6.70 (Đề thử nghiệm 2017). Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.
 B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.
 C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.
 D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

6.71 (Đề minh họa 2016). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

- A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$.
 B. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$.
 C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$.
 D. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$.

6.72 (Đề thử nghiệm 2017). Trong không gian $Oxyz$, xét các điểm $A(0; 0; 1)$, $B(m; 0; 0)$, $C(0; n; 0)$, $D(1; 1; 1)$ với $m > 0; n > 0$ và $m + n = 1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D . Tính bán kính R của mặt cầu đó?

- A. $R = \frac{3}{2}$.
 B. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
 C. $R = 1$.
 D. $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

- 6.73 (Đề chính thức 2019).** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z + \sqrt{2})^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a; b; c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?
- A. 4. B. 8. C. 12. D. 16.

2. Phương trình mặt phẳng

- 6.74 (Đề chính thức 2020).** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là
- A. $3x + 2y - z - 1 = 0$. B. $3x + 2y - z + 1 = 0$.
C. $2x - 2y + 3z - 17 = 0$. D. $2x - 2y + 3z + 17 = 0$.

- 6.75 (Đề chính thức 2017).** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$?
- A. $3x + 2y + z - 8 = 0$. B. $x - 2y + 3z + 3 = 0$.
C. $3x - 2y + z + 12 = 0$. D. $3x - 2y + z - 12 = 0$.

- 6.76 (Đề tham khảo 2020).** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là
- A. $x + 4y - 2z + 6 = 0$. B. $3x + y - z + 7 = 0$.
C. $x + 4y - 2z - 6 = 0$. D. $3x + y - z - 7 = 0$.

- 6.77 (Đề tham khảo 2020).** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 1; -1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$ có phương trình là
- A. $x - 2y - z - 2 = 0$. B. $2x + 2y + z - 3 = 0$.
C. $2x + 2y + x + 3 = 0$. D. $x - 2y - z = 0$.

- 6.78 (Đề tham khảo 2017).** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3; 2; -1)$ và đi qua điểm $A(2; 1; 2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A ?
- A. $x + y - 3z - 8 = 0$. B. $x - y - 3z + 3 = 0$. C. $x + y + 3z - 9 = 0$. D. $x + y - 3z + 3 = 0$.

- 6.79 (Đề chính thức 2017).** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 \end{cases}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{-1}$

- $\frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 3z = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P) , đồng thời vuông góc với d_2 ?
- A. $2x - y + 2z + 22 = 0$. B. $2x - y + 2z - 13 = 0$.
C. $2x + y + 2z - 22 = 0$. D. $2x - y + 2z + 13 = 0$.

- 6.80 (Đề thử nghiệm 2017).** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.
- A. $(P): 2x - 2z + 1 = 0$. B. $(P): 2x - 2y + 1 = 0$.
C. $(P): 2y - 2z - 1 = 0$. D. $(P): 2y - 2z + 1 = 0$.

- 6.81 (Đề chính thức 2018).** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$ và điểm $A(2; 3; -1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là
- A. $6x + 8y + 11 = 0$. B. $3x + 4y - 2 = 0$. C. $6x + 8y - 11 = 0$. D. $3x + 4y + 2 = 0$.

- 6.82 (Đề tham khảo 2018).** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 1)$, $B(3; -1; 1)$ và $C(-1; -1; 1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A , bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B, C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1), (S_2), (S_3)$?
- A. 6. B. 8. C. 5. D. 7.

3. Phương trình đường thẳng

6.83 (Đề tham khảo 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$.

6.84 (Đề tham khảo 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$.

B. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

6.85 (Đề tham khảo 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

A. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 - t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -6 - t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$.

4. Bài toán cực trị

6.86 (Đề tham khảo 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P) , giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng

A. 135.

B. 105.

C. 145.

D. 108.

6.87 (Đề chính thức 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$, điểm $M(1; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M , nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1; a; b)$. Tính $T = a - b$.

A. $T = -1$.

B. $T = 1$.

C. $T = -2$.

D. $T = 0$.

6.88 (Đề tham khảo 2017). Cho mặt cầu tâm O , bán kính R . Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) . Hình nón (N) có đỉnh S nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn (C) và có chiều cao là h ($h > R$). Tính h để thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất.

A. $h = \frac{4R}{3}$.

B. $h = \sqrt{3}R$.

C. $h = \frac{3R}{2}$.

D. $h = \sqrt{2}R$.

6.89 (Đề chính thức 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 1; 2)$ và đi qua điểm $A(1; -2; -1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. 72.

B. 36.

C. 216.

D. 108.

6.90 (Đề tham khảo 2017). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$. Giả sử điểm $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho vectơ \overrightarrow{MN} cùng phương với vectơ $\vec{u}(1; 0; 1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN .

A. $MN = 14$.

B. $MN = 3$.

C. $MN = 3\sqrt{2}$.

D. $MN = 1 + 2\sqrt{2}$.

6.91 (Đề tham khảo 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2; 1; 3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + 3t. \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 2 + 9t \\ y = 1 + 9t. \\ z = 3 + 8t \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 + 3t. \\ z = 3 - 3t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t. \\ z = 3 \end{cases}$$

Chuyên đề 7

Số Phức

§1. Số Phức, Phép Toán Số Phức

1. Các yếu tố của số phức

- 7.1 (Đề chính thức 2020).** Phần thực của số phức $z = -3 - 4i$ bằng
A. 4. B. 3. C. -4. D. -3.
- 7.2 (Đề chính thức 2018).** Số phức $-3 + 7i$ có phần ảo bằng
A. -7. B. -3. C. 3. D. 7.
- 7.3 (Đề tham khảo 2017).** Ký hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $3 - 2\sqrt{2}i$. Tìm a, b .
A. $a = 3, b = -2\sqrt{2}$. B. $a = 3, b = 2\sqrt{2}$. C. $a = 3, b = \sqrt{2}$. D. $a = 3, b = 2$.
- 7.4 (Đề chính thức 2017).** Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?
A. $z = 3i$. B. $z = \sqrt{3} + i$. C. $z = -2 + 3i$. D. $z = -2$.
- 7.5 (Đề chính thức 2019).** Số phức liên hợp của số phức $3 - 4i$ là
A. $-3 + 4i$. B. $3 + 4i$. C. $-4 + 3i$. D. $-3 - 4i$.
- 7.6 (Đề chính thức 2020).** Số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 5i$ là
A. $\bar{z} = 3 - 5i$. B. $\bar{z} = -3 + 5i$. C. $\bar{z} = -3 - 5i$. D. $\bar{z} = 3 + 5i$.
- 7.7 (Đề tham khảo 2020).** Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là
A. $\bar{z} = 2 + i$. B. $\bar{z} = -2 + i$. C. $\bar{z} = -2 - i$. D. $\bar{z} = 2 - i$.
- 7.8 (Đề minh họa 2016).** Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} .
A. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2. B. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i$.
C. Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng $-2i$. D. Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng -2 .
- 7.9 (Đề tham khảo 2020).** Môđun của số phức $1 + 2i$ bằng
A. 3. B. $\sqrt{5}$. C. 5. D. $\sqrt{3}$.

2. Tính toán số phức

- 7.10 (Đề chính thức 2020).** Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng
A. $-2 - 3i$. B. $-2 + 3i$. C. $2 + 3i$. D. $2 - 3i$.
- 7.11 (Đề chính thức 2020).** Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng
A. $-5 + i$. B. $-5 - i$. C. $5 - i$. D. $5 + i$.
- 7.12 (Đề minh họa 2016).** Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.
A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. B. $|z_1 + z_2| = 1$. C. $|z_1 + z_2| = 5$. D. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$.
- 7.13 (Đề chính thức 2017).** Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.
A. $z = -2 + 5i$. B. $z = 2 + 5i$. C. $z = 3 - 10i$. D. $z = 7 - 4i$.

- 7.14 (Đề tham khảo 2020).** Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng
- A. 3. B. 4. C. -2. D. 1.
- 7.15 (Đề tham khảo 2020).** Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + \bar{z}_2$ bằng
- A. -2. B. $2i$. C. 2. D. $-2i$.
- 7.16 (Đề minh họa 2016).** Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.
- A. $w = 3 + 7i$. B. $w = -3 - 3i$. C. $w = 7 - 3i$. D. $w = -7 - 7i$.
- 7.17 (Đề tham khảo 2020).** Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$, $z_2 = -1 + i$. Phần ảo của số phức $z_1 z_2$ bằng
- A. $-i$. B. $4i$. C. 4. D. -1.
- 7.18 (Đề tham khảo 2017).** Tính môđun của số phức z biết $\bar{z} = (4 - 3i)(1 + i)$.
- A. $|z| = 7\sqrt{2}$. B. $|z| = \sqrt{2}$. C. $|z| = 5\sqrt{2}$. D. $|z| = 25\sqrt{2}$.
- 7.19 (Đề chính thức 2020).** Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 + i$. Môđun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng
- A. 26. B. 50. C. $5\sqrt{2}$. D. $\sqrt{26}$.
- 7.20 (Đề chính thức 2020).** Cho số phức $z = 1 - 2i$, số phức $(2 + 3i)\bar{z}$ bằng
- A. $-8 + i$. B. $-4 + 7i$. C. $-4 - 7i$. D. $8 + i$.
- 7.21 (Đề thử nghiệm 2017).** Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$.
- A. $\bar{z} = 3 + i$. B. $\bar{z} = -3 - i$. C. $\bar{z} = -3 + i$. D. $\bar{z} = 3 - i$.
- 7.22 (Đề thử nghiệm 2017).** Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2 - i) + 13i = 1$.
- A. $|z| = 34$. B. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$. C. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$. D. $|z| = \sqrt{34}$.

3. Tìm số phức thỏa mãn điều kiện cho trước

- 7.23 (Đề chính thức 2018).** Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x - 3yi) + (1 - 3i) = x + 6i$ với i là đơn vị ảo.
- A. $x = 1; y = -1$. B. $x = -1; y = -3$. C. $x = 1; y = -3$. D. $x = -1; y = -1$.
- 7.24 (Đề tham khảo 2019).** Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a + (b + 1)i = 1 + 2i$ với i là đơn vị ảo.
- A. $a = \frac{1}{2}, b = 1$. B. $a = 0, b = 1$. C. $a = 0, b = 2$. D. $a = 1, b = 2$.
- 7.25 (Đề thử nghiệm 2017).** Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.
- A. $P = \frac{1}{2}$. B. $P = -1$. C. $P = 1$. D. $P = -\frac{1}{2}$.
- 7.26 (Đề chính thức 2019).** Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z} + i) - (2 - i)z = 3 + 10i$. Môđun của z bằng
- A. 5. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{3}$. D. 3.
- 7.27 (Đề chính thức 2017).** Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.
- A. $S = -\frac{7}{3}$. B. $S = \frac{7}{3}$. C. $S = 5$. D. $S = -5$.
- 7.28 (Đề tham khảo 2017).** Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z - i| = 5$ và z^2 là số thuần ảo?
- A. 4. B. 3. C. 0. D. 2.
- 7.29 (Đề thử nghiệm 2017).** Xét số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\frac{3}{2} < |z| < 2$. B. $|z| < \frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$. D. $|z| > 2$.
- 7.30 (Đề tham khảo 2019).** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 = 2|z + \bar{z}| + 4$ và $|z - 1 - i| = |z - 3 + 3i|$?
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

7.31 (Đề chính thức 2017). Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $\frac{z}{z - 4}$ là số thuần ảo?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

7.32 (Đề tham khảo 2018). Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i - |z|(1 + i) = 0$ và $|z| > 1$. Tính $P = a + b$.

- A. $P = -5$. B. $P = 3$. C. $P = -1$. D. $P = 7$.

7.33 (Đề chính thức 2018). Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 4 - i) + 2i = (5 - i)z$?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

§2. Biểu Diễn Hình Học Của Số Phức

1. Biểu diễn hình học cơ bản của số phức

7.34 (Đề tham khảo 2020). Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$ là điểm nào dưới đây?

- A. $N(1; -2)$. B. $M(-1; -2)$. C. $Q(1; 2)$. D. $P(-1; 2)$.

7.35 (Đề chính thức 2020). Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z = -3 + 4i$?

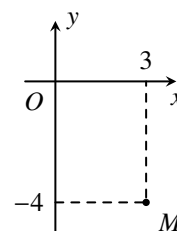
- A. $P(-3; 4)$. B. $N(3; 4)$. C. $M(4; 3)$. D. $Q(4; -3)$.

7.36 (Đề chính thức 2020). Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3; 1)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Phần thực của z bằng

- A. 1. B. -1. C. 3. D. -3.

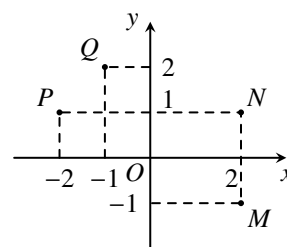
7.37 (Đề thử nghiệm 2017). Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$. B. Phần thực là 3 và phần ảo là -4 .
C. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$. D. Phần thực là -4 và phần ảo là 3.



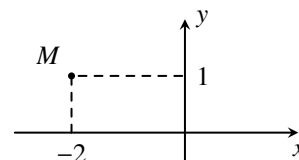
7.38 (Đề tham khảo 2019). Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$?

- A. Q . B. N . C. P . D. M .



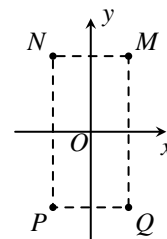
7.39 (Đề tham khảo 2018). Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức

- A. $z = 2 + i$. B. $z = 1 - 2i$. C. $z = -2 + i$. D. $z = 1 + 2i$.



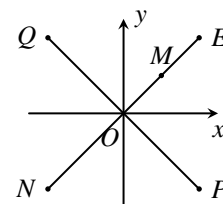
7.40 (Đề minh họa 2016). Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)z = 3 - i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?

- A. Điểm Q . B. Điểm N . C. Điểm P . D. Điểm M .



7.41 (Đề tham khảo 2017). Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z (như hình vẽ bên). Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $2z$?

- A. Điểm N . B. Điểm P . C. Điểm E . D. Điểm Q .



- 7.42 (Đề chính thức 2020).** Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $1 - z_0$ là
 A. $P(4; -2)$. B. $Q(2; -2)$. C. $M(4; 2)$. D. $N(-2; 2)$.
- 7.43 (Đề tham khảo 2020).** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1 + 2i)^2$ là điểm nào dưới đây?
 A. $N(4; -3)$. B. $Q(5; 4)$. C. $M(4; 5)$. D. $P(-3; 4)$.
- 7.44 (Đề chính thức 2019).** Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $3z_1 + z_2$ có tọa độ là
 A. $(4; 1)$. B. $(-1; 4)$. C. $(1; 4)$. D. $(4; -1)$.
- 7.45 (Đề chính thức 2017).** Cho số phức $z = 1 - 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ?
 A. $P(-2; 1)$. B. $N(2; 1)$. C. $Q(1; 2)$. D. $M(1; -2)$.

2. Tập hợp điểm biểu diễn số phức

- 7.46 (Đề minh họa 2016).** Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3 + 4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.
 A. $r = 4$. B. $r = 20$. C. $r = 5$. D. $r = 22$.
- 7.47 (Đề chính thức 2018).** Xét các điểm số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + i)(z + 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng
 A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- 7.48 (Đề tham khảo 2019).** Xét các số phức z thỏa mãn $(z + 2i)(\bar{z} + 2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là
 A. $(-1; 1)$. B. $(1; -1)$. C. $(-1; -1)$. D. $(1; 1)$.
- 7.49 (Đề chính thức 2019).** Xét số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w = \frac{4 + iz}{1 + z}$ là một đường tròn có bán kính bằng
 A. 34. B. 26. C. $\sqrt{34}$. D. $\sqrt{26}$.

§3. Phương Trình Bậc Hai Nghiệm Phức

1. Phương trình bậc hai

- 7.50 (Đề chính thức 2020).** Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 2 = 0$. Khi đó $|z_1| + |z_2|$ bằng
 A. $\sqrt{2}$. B. 4. C. 2. D. $2\sqrt{2}$.
- 7.51 (Đề tham khảo 2017).** Ký hiệu z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Tính $P = z_1^2 + z_2^2 + z_1z_2$.
 A. $P = -1$. B. $P = 1$. C. $P = 0$. D. $P = 2$.
- 7.52 (Đề tham khảo 2019).** Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng
 A. 3. B. $2\sqrt{5}$. C. 10. D. $\sqrt{5}$.
- 7.53 (Đề chính thức 2019).** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng
 A. 26. B. 16. C. 20. D. 56.
- 7.54 (Đề tham khảo 2020).** Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Môđun của số phức $z_0 + i$ bằng
 A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. 10. D. $\sqrt{10}$.

7.55 (Đề tham khảo 2018). Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. 3. B. $2\sqrt{3}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.

7.56 (Đề thử nghiệm 2017). Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

- A. $M_4 \left(\frac{1}{4}; 1 \right)$. B. $M_1 \left(\frac{1}{2}; 2 \right)$. C. $M_3 \left(-\frac{1}{4}; 1 \right)$. D. $M_2 \left(-\frac{1}{2}; 2 \right)$.

7.57 (Đề chính thức 2017). Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $1 + \sqrt{2}i$ và $1 - \sqrt{2}i$ là nghiệm?

- A. $z^2 + 2z + 3 = 0$. B. $z^2 - 2z - 3 = 0$. C. $z^2 - 2z + 3 = 0$. D. $z^2 + 2z - 3 = 0$.

2. Phương trình đưa về phương trình bậc hai

7.58 (Đề minh họa 2016). Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A. $T = 4 + 2\sqrt{3}$. B. $T = 2 + 2\sqrt{3}$. C. $T = 2\sqrt{3}$. D. $T = 4$.

§4. Cực Trị Số Phức

1. Phương pháp hình học

7.59 (Đề tham khảo 2017). Xét các số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $|z - 1 + i|$. Tính $P = m + M$.

- A. $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$. B. $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$. C. $P = 5\sqrt{2} + \sqrt{73}$. D. $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$.

2. Phương pháp đại số

7.60 (Đề tham khảo 2018). Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $P = 4$. B. $P = 10$. C. $P = 8$. D. $P = 6$.

Chuyên đề 8

Tổ Hợp, Xác Suất

§1. Tổ Hợp

1. Quy tắc đếm

8.1 (Đề tham khảo 2020). Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

- A. 6. B. 48. C. 14. D. 8.

8.2 (Đề chính thức 2020). Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm học sinh gồm 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ?

- A. 5. B. 11. C. 6. D. 30.

2. Hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp

8.3 (Đề tham khảo 2019). Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $C_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. D. $C_n^k = \frac{n!}{k!}$.

8.4 (Đề tham khảo 2018). Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

- A. C_{10}^2 . B. A_{10}^2 . C. A_{10}^8 . D. 10^2 .

8.5 (Đề chính thức 2019). Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

- A. A_7^2 . B. 2^7 . C. C_7^2 . D. 7^2 .

8.6 (Đề tham khảo 2020). Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh?

- A. C_{10}^2 . B. 10^2 . C. A_{10}^2 . D. 2^{10} .

8.7 (Đề chính thức 2018). Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

- A. 2^{34} . B. C_{34}^2 . C. A_{34}^2 . D. 34^2 .

8.8 (Đề chính thức 2020). Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 6. B. 1. C. 36. D. 720.

3. Nhị thức Newton

8.9 (Đề tham khảo 2018). Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 55$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

- A. 322560. B. 80640. C. 13440. D. 3360.

8.10 (Đề chính thức 2018). Hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức $x(2x-1)^6 + (3x-1)^8$ bằng

- A. -13368. B. 13368. C. 13848. D. -13848.

§2. Xác Suất

1. Bài toán đếm tổ hợp

8.11 (Đề chính thức 2018). Từ một hộp chứa 11 quả cầu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

- A. $\frac{4}{455}$. B. $\frac{33}{91}$. C. $\frac{24}{455}$. D. $\frac{4}{165}$.

8.12 (Đề tham khảo 2018). Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

- A. $\frac{5}{11}$. B. $\frac{6}{11}$. C. $\frac{8}{11}$. D. $\frac{5}{22}$.

2. Bài toán sắp xếp chỗ ngồi

8.13 (Đề tham khảo 2019). Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 nam và 3 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{1}{20}$. D. $\frac{2}{5}$.

8.14 (Đề tham khảo 2020). Có 6 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng 1 học sinh. Xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

- A. $\frac{2}{15}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{3}{20}$. D. $\frac{1}{6}$.

8.15 (Đề tham khảo 2018). Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

- A. $\frac{1}{42}$. B. $\frac{11}{630}$. C. $\frac{1}{105}$. D. $\frac{1}{126}$.

3. Bài toán đếm về số

8.16 (Đề chính thức 2020). Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn, lẻ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{50}{81}$. C. $\frac{5}{9}$. D. $\frac{5}{18}$.

8.17 (Đề chính thức 2019). Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{13}{25}$. C. $\frac{313}{625}$. D. $\frac{12}{25}$.

8.18 (Đề tham khảo 2020). Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là chẵn bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{16}{81}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{41}{81}$.

8.19 (Đề chính thức 2020). Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

- A. $\frac{5}{21}$. B. $\frac{65}{126}$. C. $\frac{55}{126}$. D. $\frac{25}{42}$.

8.20 (Đề chính thức 2018). Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

- A. $\frac{1079}{4913}$. B. $\frac{1728}{4913}$. C. $\frac{1637}{4913}$. D. $\frac{23}{68}$.

Chuyên đề 9

Dãy Số, Giới Hạn, Đạo Hàm

§1. Dãy Số, Cấp Số

1. Cấp số cộng

9.1 (Đề chính thức 2020). Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 11$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 8. B. 14. C. 33. D. $\frac{11}{3}$.

9.2 (Đề tham khảo 2019). Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 22. B. 250. C. 12. D. 17.

9.3 (Đề tham khảo 2020). Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. -6 . B. 12. C. 6. D. 3.

9.4 (Đề chính thức 2019). Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 6. B. -6 . C. 12. D. 3.

2. Cấp số nhân

9.5 (Đề chính thức 2020). Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 9. B. 6. C. 8. D. $\frac{3}{2}$.

9.6 (Đề tham khảo 2020). Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 4. B. -4 . C. $\frac{1}{3}$. D. 3.

§2. Giới Hạn, Đạo Hàm

1. Giới hạn

9.7 (Đề chính thức 2018). $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+3}$ bằng

- A. 0. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{3}$.

9.8 (Đề tham khảo 2018). $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. 2. C. 1. D. -3 .

2. Liên tục

9.9 (Đề tham khảo 2019). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2(x^4 - 1) + m(x^2 - 1) - (x - 1) \geq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $-\frac{1}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

3. Phương trình tiếp tuyến

9.10 (Đề tham khảo 2018). Cho hàm số $y = \frac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(a; 1)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của a để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A . Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

- A. 1. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Chuyên đề 10

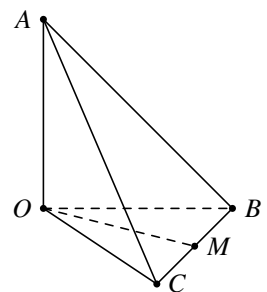
Góc Và Khoảng Cách

§1. Góc

1. Góc giữa hai đường thẳng

10.1 (Đề tham khảo 2018). Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

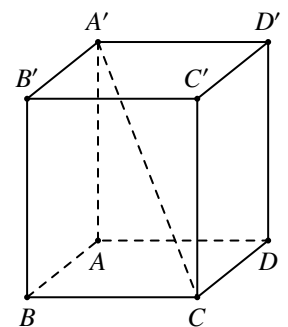
- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .



2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

10.2 (Đề chính thức 2020). Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = a, AA' = \sqrt{6}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

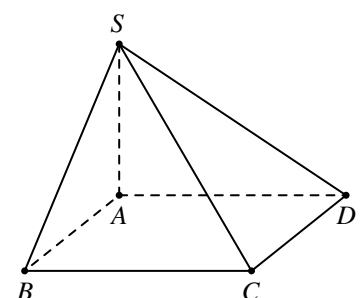


10.3 (Đề chính thức 2018). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

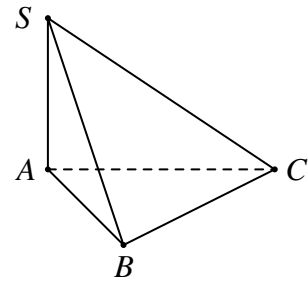
10.4 (Đề tham khảo 2020). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .



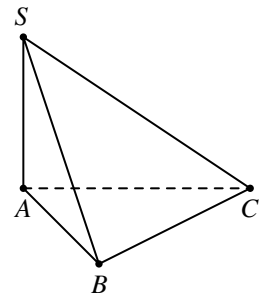
10.5 (Đề chính thức 2019). Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = \sqrt{3}a$ và $BC = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .



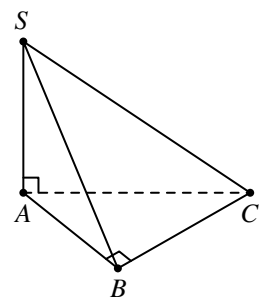
10.6 (Đề tham khảo 2020). Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .



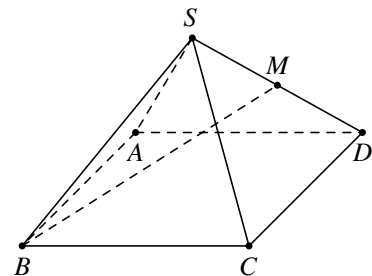
10.7 (Đề chính thức 2020). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{15}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

- A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .



10.8 (Đề tham khảo 2018). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ bên). Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.



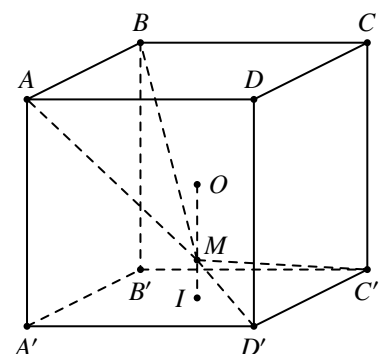
3. Góc giữa hai mặt phẳng

10.9 (Đề tham khảo 2019). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

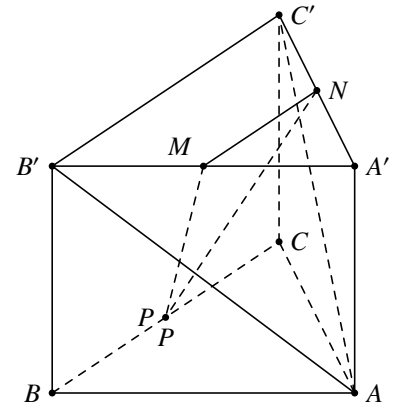
10.10 (Đề chính thức 2018). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

- A. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. B. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. C. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. D. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.



10.11 (Đề tham khảo 2018). Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$ và $AA' = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng

- A. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. B. $\frac{18\sqrt{13}}{65}$. C. $\frac{\sqrt{13}}{65}$. D. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.



§2. Khoảng Cách

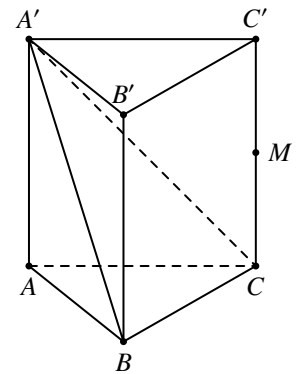
1. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

10.12 (Đề chính thức 2018). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. D. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$.

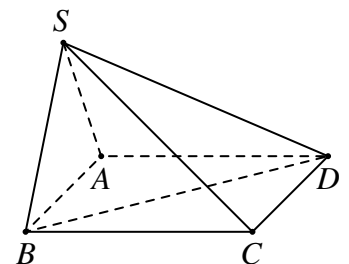
10.13 (Đề chính thức 2020). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $A'BC$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. B. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. C. $\frac{\sqrt{2}a}{4}$. D. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.



10.14 (Đề chính thức 2019). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{28}$.



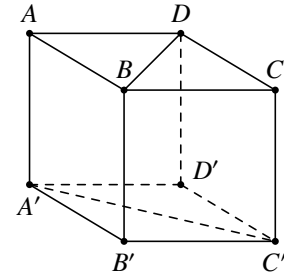
10.15 (Đề tham khảo 2019). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. B. $\frac{\sqrt{21}a}{3}$. C. $\frac{\sqrt{15}a}{3}$. D. $\frac{\sqrt{15}a}{7}$.

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

10.16 (Đề tham khảo 2018). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. B. $\sqrt{2}a$. C. $\sqrt{3}a$. D. a .

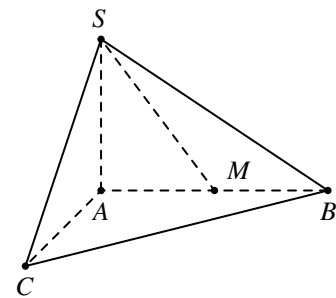


10.17 (Đề chính thức 2018). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

- A. $\frac{2a}{3}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$.

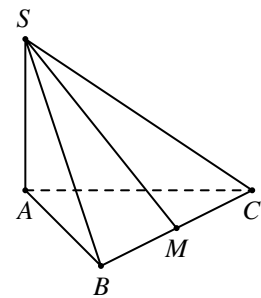
10.18 (Đề tham khảo 2020). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = 4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (minh họa như hình vẽ). Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{2a}{3}$.



10.19 (Đề chính thức 2020). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{3}a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. B. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. C. $\frac{\sqrt{39}a}{13}$. D. $\frac{a}{2}$.



10.20 (Đề tham khảo 2020). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB = 2a$, $AD = DC = CB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng

- A. $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$. B. $\frac{3a}{4}$. C. $\frac{3a}{2}$. D. $\frac{6\sqrt{13}a}{13}$.

